L3 de GESTION Apprentissage
Université de Paris Ouest Nanterre La Défense
N. CHEZE
STATISTIQUES

TD3

ESTIMATION PONCTUELLE

Exercice 1

Un organisme de recrutement utilise un test d'habileté adapté à des hommes de 20 à 30 ans : il consiste à reproduire une série de 16 modèles. On mesure le temps de reproduction des modèles (en secondes).

1- Préciser la population et la variable étudiée X. Connaît-on la taille N de la population? La loi de X est-elle connue? Connaît-on la moyenne m et l'écart-type σ sur la population?

A. Résultats observés sur un échantillon

2- On prélève un échantillon de 18 hommes dans la population et on leur fait passer le test. Résultats:

Temps x_i :	489	561	383	336	437	555	339	444	383	$\Sigma x_i = 7\,932$
	362	458	351	348	555	441	464	469	557	$\Sigma x_i^2 = 3\,604\,292$

a) Préciser la taille n de l'échantillon.

b) Calculer la moyenne et l'écart-type s de l'échantillon :

B.

3- Donner une estimation ponctuelle du temps moyen m de la population. Donner une estimation ponctuelle sans biais de σ, l'écart-type des temps dans la population.

4- Un second échantillon de taille 18 a été prélevé dans la population par un autre expérimentateur. Les temps sont résumés ci-dessous: $\Sigma x_i = 8\,021$ $\Sigma x_i^2 = 3\,801\,292$
Calculer les estimations ponctuelles de m, σ fournies par ce nouvel échantillon?

Comparez ces estimations avec celles obtenues à partir du premier échantillon.

5-
Montrer que l'échantillon de taille 36 obtenu en réunissant les deux échantillons précédents fournit pour m une estimation plus fiable que celles résultant de chacun des deux 'petits' échantillons (estimateur correspondant sans biais et plus efficace).
Calculer les estimations de m et σ fournies par l'échantillon de taille 36.

Exercice 2

Le montant des achats hebdomadaires effectués par un client du supermarché MINIPRIX est une variable aléatoire X qui suit une loi normale de paramètres m et σ. Afin d'estimer m et σ, on prélève un EAS de 10 clients dont les montants d'achats sont: 652 201 130 405 76 193 241 322 308 524

1. Calculer à l'aide de l'échantillon des estimations de m et σ .

2. On considère maintenant un grand échantillon issu de X. Deux estimateurs sont proposés pour estimer σ :

$$T = \frac{\sum_{i=1,n} (X_i - \overline{X})^2}{n} \qquad T' = \frac{\sum_{i=1,n} (X_i - \overline{X})^2}{n-1}$$

Calculer l'Espérance mathématique de chacun : sont-ils sans biais? Asymptotiquement sans biais?

Exercice 3

Au grand magasin MagiConso de Noël-City, au cours des 12 mois précédents, les ventes hebdomadaires du rayon parfumerie se distribuaient Normalement avec moyenne m et écart-type $\sigma = 0{,}40$ (unité : millier de dollars Noëlien). Sur 8 semaines d'observation, la moyenne des ventes est 1,70.

1. Déterminer un intervalle de confiance de la moyenne m, correspondant au niveau de confiance 0.95

2. Même question pour le niveau de confiance 0.90. Comparer les 2 intervalles : que devient la précision de la « fourchette » obtenue pour m, quand on diminue le niveau de confiance requis ?

3 Sur 8 semaines d'observation, on a conclu que l'ancienne valeur de l'écart-type n'était plus valable. La moyenne des ventes est 1,70 et l'écart-type 0,51.

Déterminer l'intervalle de confiance de la moyenne m dans le cas où σ inconnu au niveau de confiance 0.95

Exercice 4 On considère la répartition des ménages en deux classes notées C1 et C2 suivant qu'ils habitent dans une commune urbaine ou rurale. On désigne respectivement par p_1 et p_2 les proportions -dans chaque classe- des ménages possédant un GPS.

Pour estimer p_1 et p_2, on a tiré au hasard et avec remise n_1 ménages dans C1 et n_2 ménages dans C2 et on choisit pour estimateurs les fréquences respectives F_1 et F_2 des ménages possédant un GPS dans chaque échantillon :

pour C_1 (communes urbaines) l'échantillon observé (150 ménages) montre 8 GPS
pour C_2 (communes rurales) l'échantillon observé (250 ménages) montre 12 GPS

A. **1**. Quelles estimations de p_1 et p_2 peut-on proposer ?.

Dans toute la suite on suppose que $p_1 = p_2 = p$.

2. Les estimateurs F_1 , F_2 et $\frac{1}{2}(F_1 + F_2)$ sont-ils sans biais? Convergents ? Quel est le meilleur des trois ?
(à discuter suivant les valeurs de n_1 et n_2 , en supposant par exemple que $n_1 < n_2$).

B. Donner un intervalle de confiance pour p (niveau de confiance 95%)

Exercice 5

Une chaîne de radio annonçait au début de l'été le résultat d'un sondage effectué suite à l'augmentation du prix de baril de pétrole : 20% des personnes interrogées sont décidées à modifier leurs habitudes de transport (plus souvent les transports en commun … covoiturage…)
Soit p le pourcentage de personnes décidées à modifier leurs habitudes de transport (parmi les personnes résidant en France métropolitaine).
Selon que le pourcentage indiqué au début est observé lors d'un « micro-trottoir » sur un effectif de 16 personnes, ou de sondages aléatoires sur 25, 40, 100 ou 1000 personnes, dire si on peut en déduire intervalle de confiance valide pour p (niveau de confiance 90%). Le déterminer quand c'est possible.
(*On justifiera les réponses correspondant à chacun des 5 cas*)
Comparer graphiquement les intervalles trouvés (on y situera le pourcentage observé).