L3 de GESTION Apprentissage
Université de Paris Ouest Nanterre La Défense
N. CHEZE
STATISTIQUES

TD2

ECHANTILLONNAGE **Intervalle de variation pour la moyenne d'échantillon**

Exercice 1

Dans l'atelier de conditionnement BLEDOR, les paquets de farine de 500 grammes remplis par une machine en bon état de fonctionnement ont des poids variant de façon 'Normale' autour d'une moyenne de 503 g avec un écart-type de 3,1 grammes.

1- Quelle est la probabilité qu'un paquet pèse moins de 500 grammes ?

2- Un inspecteur prélève un échantillon de n paquets de la production pour déterminer si leur poids moyen est au moins de 500 g.
Dans la négative, la firme risque une amende.

Quelle est la probabilité d'encourir une telle amende si le contrôle est fait sur un échantillon de taille n = 1 ? Reporter dans le tableau ci-dessus.
Même question pour n = 4 et n =16.

Taille d'échantillon	Loi de $\overline{X}$		Seuil réduit	Proba d'amende
	Moyenne	Ecart-type		
1				
4				
16				

Exercice 2

Un consultant en psychologie industrielle utilise auprès de la main-d'oeuvre de l'entreprise Electrotek un test d'aptitude à l'exécution d'une certaine tâche.
D'après les standards nationaux établis pour les ouvriers de la même catégorie, âgés de 20 à 40 ans, les résultats au test sont distribués suivant une loi normale de moyenne 150 et d'écart-type 10.

1) Définir la population $\mathcal{P}$ et la variable étudiées. Préciser la loi de la variable, sa moyenne et son écart-type.
Calculer la probabilité d'observer un score supérieur d'au moins 4 points à la moyenne 150 de la population.
Déterminer l'intervalle contenant 90% des scores les plus observés ?

2) On considère un futur échantillon de taille 25 dans la population $\mathcal{P}$. Quelle est la loi de la moyenne empirique $\overline{X}$? Calculer la probabilité d'observer une moyenne d'échantillon supérieure d'au moins 4 points à la moyenne 150 de la population. Quel est l'intervalle contenant 90% des valeurs les plus probables pour les moyennes d'échantillon?

3) On soumet à ce test 25 ouvriers de l'entreprise, choisis au hasard dans la tranche d'âge 20-40 ans: le score moyen est de 154,7 pour un écart-type de 12,3.
Compléter le tableau ci-contre avec les notations et valeurs des paramètres correspondants.
Calculer la probabilité d'observer sur un échantillon de taille 25 un score moyen supérieur à celui observé ?

	Population	Echantillon
Taille	=	=
Moyenne	=	=
écart-type	=	=

Exercice 3

On a pu constater qu'à une caisse de supermarché, le montant X des achats par client effectués ces 2 derniers mois, peut être considéré comme une v.a. normale, les achats ayant un montant moyen de 725 euros, et un écart-type de 250 euros. On prélève dans cette population un échantillon aléatoire de taille n = 6, issu de X.

1. Construire l'intervalle de variation à risques symétriques de niveau 95% pour le montant des achats d'un client quelconque (intervalle contenant 95% des montants les plus probables).

2. Construire l'intervalle de variation à risques symétriques de niveau 95% pour $\overline{X}_6$, le montant moyen des achats dans l'échantillon.

3. On suppose maintenant que l'<u>écart-type</u> de la population n'est <u>pas connu</u>, qu'il a été estimé préalablement par s* = 242 euros (sur un échantillon de taille 6).
Construire à nouveau l'intervalle de variation de niveau 95% à risques symétriques pour X et comparer avec l'intervalle obtenu question 1. Mêmes questions pour $\overline{X}_6$ (comparer avec le premier intervalle de variation obtenu question 2).

Exercice 4 Sur la population de 900 commandes d'une entreprise, la variable Dépense a pour moyenne 50.89 € et pour écart-type 21.23 €.

A On cherche l'intervalle de variation contenant les dépenses de 95% des commandes: Peut-on utiliser la loi Normale pour le déterminer ? Pourquoi ?

B On s'intéresse aux échantillons aléatoires de taille n= 30 issus de cette population.
On veut déterminer un intervalle de variation pour la moyenne empirique $\overline{X}_{30}$ d'un échantillon quelconque : Peut-on utiliser la loi Normale? Pourquoi ? Déterminer l'intervalle de variation à risques symétriques de niveau 95% pour $\overline{X}_{30}$.

Exercice 5

Un organisme de recrutement utilise un test d'habileté adapté à des hommes de 30 à 40 ans : il consiste à reproduire une série de 16 modèles. On mesure le temps de reproduction des modèles (en secondes).

Ce test a déjà été soumis à 10 000 sujets parmi lesquels une proportion p= 30% sont rapides (temps inférieur à 400s)

1- On va faire passer le test à 100 nouveaux candidats issu d'une population de mêmes caractéristiques (les résultats connus sont valables).Le test sert à sélectionner les « rapides » pour la suite du recrutement.
Quelle loi suit la variable aléatoire « proportion de sélectionnés » dans les échantillons aléatoires de taille 100 ?
Déterminer un intervalle de variation pour cette fréquence observée (niveau de confiance requis : 0.95)

2- Déterminer de même l'intervalle de variation dans le cas d'échantillons de taille 1000 (niveau de confiance 0.95)

3- On expérimente ce test sur 1000 candidats de mêmes caractéristiques mais un peu plus jeunes (20 à 30 ans)
Ils sont soumis au test par groupe de 20. Les résultats du premier groupe de 20 sont les suivants :

Temps :	489	561	383	336	437	555	339	444	383	402
	362	458	351	348	555	441	464	469	557	465

340 candidats parmi les 1000 sont classés « rapides » par le test : Calculer la fréquence du caractère rapidité observée sur l'échantillon.

Cette fréquence observée se trouve-t-elle dans l'intervalle de variation déterminé en 2 ? Qu'en Conclure ?
Quel paramètre la fréquence f permet-elle d'estimer? Quelle population concerne-t-il?

Exercice 6

Les services financiers d'une société à succursales traitent habituellement (et de manière satisfaisante) une proportion de factures impayées à 30 jours de l'ordre de 10% .

1. Déterminer l'intervalle qui contient 90% des valeurs les plus probables de la Fréquence d'impayés dans un échantillon aléatoire de 300 factures.
2. Déterminer, pour un échantillon de taille n=150 et un niveau de confiance 0.9 , l'intervalle de variation de la variable « Fréquence empirique ».