L3 de GESTION Apprentissage
Université de Paris Ouest Nanterre La Défense
N. CHEZE
STATISTIQUES

TD1

BASES de PROBABILITES

Exercice 1

Un grand magasin fête ses 10 ans d'ouverture avec -entre autres animations- une loterie *Gratter c'est Gagner* :
à chaque passage en caisse, les clients reçoivent un ticket. Voici les tickets mis en distribution :

Type de ticket	Gros lot (voyage)	Ristourne sur Electroménager	Consolation Bons d'achat	Perdu	Total
nombre	1	100	1 000		1 000 000
Gain (valeur du lot): x_i	10 000€	100€	10€	0	xxxxx
Proportion de tickets gagnants = p_i = probabilité de gagner avec le ticket reçu	1/1 000 000= 0,000 001				xxxxx

Compléter le cadre en traits gras (distribution de probabilité de la Variable Aléatoire « Gain »).
Pour quelle somme s'engage le magasin ? Quel est le gain moyen sur l'ensemble des tickets imprimés ?
Quelle est votre espérance de Gain quand vous recevez un ticket ? (notée E(X))

Exercice 2

Une petite ville assure les transports urbains avec des véhicules de capacité diverse. Sur le trajet A → B , le STU gérant ce système de transports prend des réservations pour des départs toutes les demi heures; le taux de défection étant de 20%, il pratique la sur-réservation.

1. Quelle est la probabilité p qu'une personne ayant réservé se présente à l'horaire correspondant ?
Définir la variable aléatoire **Y**, indicatrice de la présence de cette personne au départ du car, et donner sa loi de probabilité (nom et distribution). Calculer l'espérance mathématique de Y « présence de la personne au départ ».

A. Pour une voiture pouvant charger 3 passagers, le STU inscrit jusqu'à 5 noms pour chaque horaire.
On considère la liste des 5 personnes inscrites à un horaire donné.
On s'intéresse au nombre aléatoire **X** de personnes réellement présentes au départ.

2. Etablir la liste des différents échantillons observés possibles et indiquer pour chacun sa probabilité et le nombre x de passagers à transporter.

3. Donner le nom et les paramètres de la loi de probabilité de la variable X correspondante et vérifier sa distribution dans la table correspondante.
Calculer l'espérance mathématique de X (nombre moyen de réservataires attendus) et son écart-type.

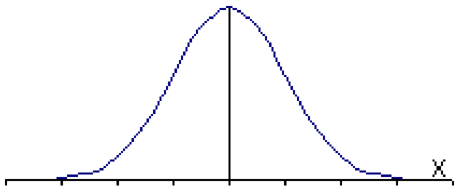
B. Pour un monospace de capacité 8 places, le STU inscrit jusqu'à 10 noms pour chaque horaire.
On considère la liste des 10 personnes inscrites à horaire donné et on s'intéresse au nombre aléatoire **Z** de personnes réellement présentes au départ.

4. Ecrire l'échantillon aléatoire correspondant à cette situation ;
Exprimer le nombre Z en fonction des variables de cet échantillon. Quelle est la loi de probabilité de Z (nom et paramètres) ? Etablir sa distribution grâce à la table. Quelle est la probabilité que le nombre d'inscrits se présentant au départ soit juste égal au nombre de places du véhicule ?

5. Quelle est l'espérance mathématique du nombre d'inscrits présents au départ ?
Quelle est la probabilité qu'il y ait plus d'inscrits présents que de places ?
Quelle est la probabilité qu'il reste des places inoccupées ?

Exercice 3

Une station service veille à ne (presque) jamais être en rupture de stock. Au moment où elle est réapprovisionnée, le niveau restant en cuve, aléatoire, est noté X (en litres).
La distribution de probabilité des valeurs de ce niveau X est une loi Normale, de moyenne 6000 et d'écart-type 2000. Porter ces informations sur le graphique ci-contre.
(*sur l'axe horizontal, 1 graduation = un écart-type de X*)



A. Le niveau de la cuve est surveillé sur un cadran, gradué en fonction de ces caractéristiques : ce cadran indique Zéro quand le stock restant est de 6000 litres et chaque graduation correspond à 2000 litres ;
on a ainsi la correspondance :

Stock restant : X	…	2000	4000	6000	8000	10000	12000	…
Indication du cadran : Z	…	-2	-1	0	1	2	3	…

1- Comment passe-t-on de l'échelle X à l'échelle Z ? Etablir la relation correspondante.
En déduire que la loi suivie par le nombre Z lu sur le cadran est Normale ; préciser sa moyenne et son écart-type.

2- Déterminer, à l'aide de la table de la loi Normale centrée réduite Z, la probabilité des évènements suivants : Au moment du réapprovisionnement,

L'indication du cadran est inférieure ou égale à 0,5
L'indication du cadran est supérieure ou égale à -1
L'indication du cadran est inférieure ou égale à - 1

3- Pour les questions suivantes, on précisera le calcul effectué pour déterminer l'indication z du cadran correspondant au niveau x évoqué :

Il reste plus de 8000 litres
La cuve contient moins de 1000 litres
La cuve est vide

B. Le débit journalier Y de cette station service, mesuré en hectolitres, suit une loi Normale de moyenne 100 (10 000 litres) et d'écart-type 20 (2 000 litres).

1.Calculer la probabilité que demain, le débit soit de:

moins de 130 hl, plus de 135 hL, plus de 170 hL, moins de 65 hL, plus de 55 hL.

2. Quel débit journalier est le débit maximum dans 90% des cas ?
3. Quel débit journalier a 20% de chances d'être dépassé ? 70% chances d'être dépassé ?
3. Dans quel intervalle se situe le débit journalier dans 80% des cas les plus fréquents? 90% des cas ?

Exercice 4

Le Directeur d'un Magasin surveille l'évolution du nombre journalier X de clients : alors que ce nombre fluctue habituellement autour de 360 avec un écart-type de 40, il semble déceler une baisse de fréquentation depuis quelques semaines : il observe fréquemment moins de 340 clients par jour. En particulier, ces 2 dernières semaines il y a eu une fréquentation moyenne de 330 clients par jour.

1. Quelle est la population concernée par l'étude ? la variable observée sur cette population ?
Connaît-on la loi suivie par cette variable ?

2. Peut-on calculer la probabilité, une journée donnée, de constater moins de 340 clients ?
énoncer l'hypothèse supplémentaire qui permettrait de faire ce calcul .

3. On fait l'hypothèse énoncée en 2.
Si la fréquentation n'a pas changé (moyenne journalière = 360) calculer la probabilité de constater moins de 340 clients. Si la nouvelle moyenne journalière était 330 (écart-type inchangé), quelle serait cette probabilité ?

Exercice 5

Lors des inscriptions universitaires, chaque étudiant remplit un dossier d'inscription. Tous les contrôles effectués indiquent que la probabilité pour qu'un dossier quelconque soit bien rempli vaut p=0,94.

1) Construire une variable aléatoire Y à partir des deux états possibles pour chaque dossier.

2) Donner sa loi de probabilité.

3) Calculer son espérance mathématique et sa variance.

On considère maintenant un lot de n dossiers et on s'intéresse au nombre de dossiers bien remplis parmi les n..

4) Construire une variable aléatoire X qui représente le nombre de dossiers bien remplis.

5) Quelle est sa loi de probabilité ? Donner son espérance mathématique et sa variance.

6) Si n=5, calculer la probabilité des évènements suivants:"aucun dossier n'est bien rempli", "tous les dossiers sont bien remplis", "X>3", "2<X<4".

7) a) Si n=100, par quelle loi peut-on approximer celle de X ?

b) Calculer la probabilité des évènements suivants:"X<95", "X>90", "90<X<95", "85<X<90".