DEA-IRO
Examen d'Ordonnancement en Informatique
17 Mars 2003

Exercice 1 Longueurs, hauteurs négatives Le but de cet exercice est d'étudier les conditions d'existence d'un ordonnancement et les caractéristiques des ordonnancements périodiques lorsque l'on étend la notion de graphe uniforme, en autorisant des longueurs et/ou des hauteurs négatives.

On considère donc un ensemble T de n tâches de durées $p_1, \ldots, p_n$, et un graphe orienté $G = (T, A)$ muni de deux fonctions de valuation des arcs L et H. On supposera les tâches non réentrantes, c'est à dire implicitement la présence de boucles autour de chaque sommet i, de sorte que $L(i,i) = p_i$, $H(i,i) = 1$. Ces boucles serons supposées exister dans tout l'exercice.

Le problème central de l'ordonnancement cyclique est le calcul d'un ordonnancement lorsque pour tout arc (i,j) $L(i,j) = p_i$, et lorsque H est à valeurs dans $\mathbb{N}$.

1 Rappeler dans ce cas la condition nécessaire et suffisante d'existence d'un ordonnancement. Rappeler également le principe de calcul d'un ordonnancement périodique de période w.

On suppose maintenant que L est une fonction quelconque à valeurs dans $\mathbb{Z}$ et que H est à valeurs dans $\mathbb{N}$.

2 Etablir une condition nécessaire et suffisante d'existence d'un ordonnancement.

3 Etudier la construction d'un ordonnancement périodique dans ce cas.

4 Quelle est la moyenne asymptotique minimale d'un tel ordonnancement ? On suppose maintenant que L et H sont deux fonctions quelconque à valeurs dans $\mathbb{Z}$.

5 Montrer qu'il existe un ordonnancement si et seulement si, pour tout circuit C de G de hauteur négative,

$$L(C) \leq \max_{i \in C} p_i \times H(C)$$

6 Etudier la construction d'un ordonnancement périodique dans ce cas, et la moyenne asymptotique minimale d'un tel ordonnancement.

7 Etudier la faisabilité des graphes $G1$ et $G2$ des la figure ci-dessous, et construire, le cas échéant, un ordonnancement périodique de moyenne asymptotique minimale.

Figure 1 Graphes $G1$ et $G2$