

DEA-IRO
Examen d'Ordonnancement en Informatique
11 Mars 2002

Considérons un graphe uniforme constitué d'un seul circuit $C = \{1, \dots, n\}$ dont les tâches sont de durées respectives $\{p_1, \dots, p_n\}$ et les arcs de hauteurs $\{h_1, \dots, h_n\}$. h_i est la hauteur de l'arc $(i, i+1)$, h_n la hauteur de l'arc $(n, 1)$.

Donner la valeur minimale de la moyenne asymptotique d'un ordonnancement de ce graphe.

Posons $h^C = \sum_{i=1}^n h_i$. Soit $1 \leq k \leq h^C$, montrer qu'il existe un chemin μ_k du graphe développé qui contient toutes les tâches $\langle i, k + uh^C + \sum_{j=1}^{i-1} h_j \rangle$. En déduire que pour toute tâche $\langle i, p \rangle$ appartient à un et un seul chemin μ_k .

Montrer que dans tout ordonnancement de C au plus h^C tâches sont en cours d'exécution à un instant t .

Supposons qu'on cherche à exécuter ces tâches sur m machines. Déduire des questions précédentes un ordonnancement de moyenne asymptotique minimale lorsque $m \geq h^C$.

Supposons $m < h^C$. Donner une borne inférieure de la moyenne asymptotique d'un ordonnancement de C sur ces m machines.

Supposons que $m = h^C - 1$. Soit i une tâche telle que $h_i > 0$. Considérons le problème obtenu en réduisant la hauteur h_i d'une unité. Montrer que tout ordonnancement du circuit modifié est un ordonnancement valide sur m machines, et calculer la moyenne asymptotique d'un ordonnancement optimal de ce circuit modifié.

En déduire une solution du problème d'ordonnancement d'un circuit sur m machines.

Peut-on construire un ordonnancement périodique optimal ?

Considérons dans la suite un graphe formé de plusieurs circuits disjoints C_1, \dots, C_p qu'on cherche à ordonnancer de manière périodique sur m machines.

Donner une borne inférieure B de la moyenne asymptotique d'un tel ordonnancement.

Supposons que les tâches des circuits soient numérotées de la manière suivante : $\{i_1^1, \dots, i_{n_1}^1\}, \dots, \{i_1^p, \dots, i_{n_p}^p\}$ de sorte que la hauteur de l'arc $(i_{n_k}^k, i_1^k)$ soit toujours strictement positive. De plus, on note P_k la somme des durées des tâches du circuit C_k . Définissons $t_{i_k^l} = \sum_{j=1}^{l-1} P_j + \sum_{j=1}^{k-1} p_{i_j^l}$

Montrer que pour tout $w \geq B$, l'ordonnancement périodique constitué de l'ordonnancement générique t défini ci-dessus et de la période w est réalisable.