

Master 1 de Sciences de Gestion

Techniques Quantitatives de Gestion – Décembre 2012 – Thierry Fouque

Le PISA¹ réalise tous les trois ans une étude internationale auprès de collégiens âgés de 15 ans. En 2009, 470 000 collégiens issus de 65 pays ont été interrogés. Dans le cadre de cet examen, nous allons analyser une (petite) partie des résultats. Pour cela, nous reprenons, pays par pays, les résultats² (exprimés sous forme de pourcentages) des questions qui figurent en annexe n°1. Les données étant quantitatives, une ACP va être effectuée sur l'ensemble des variables.

Question n°1 : comme vous pouvez le constater, les questions qui figurent en annexe 1 sont réparties dans trois catégories. Intuitivement, qu'est-ce que cela pourrait impliquer du point de vue des résultats de l'ACP globale ?

Dans l'étude, sont distingués les pays membres de l'OCDE et les pays partenaires de l'étude (annexe n°2). Il est décidé que les premiers seront des individus actifs tandis que les seconds seront illustratifs.

Question n°2 (question de cours) : rappelez, du point de vue de l'ACP, quelle est la différence entre les individus actifs et les individus illustratifs.

A l'issue d'une première ACP (avec $n=34$ individus actifs, les pays membres de l'OCDE), 2 variables ($Gpe1 - E$, *La plupart de mes enseignants me traitent de façon juste* et $Gpe3 - N$, *L'enseignant recommande aux élèves de lire un livre ou un auteur*) sur les 17 ne sont pas retenues car trop peu liées aux autres. Le tableau de données comporte donc dorénavant $p=15$ colonnes (variables) et $n=34$ lignes (individus).

Question n°3 : à l'aide des informations figurant en annexe n°3, commentez les résultats de l'ACP ?

En annexe n°4, figure le graphique des individus actifs et illustratifs. Comme on peut le vérifier, 5 pays (Albanie, Azerbaïdjan, Fédération de Russie, Kazakhstan et Kirghizistan) ressortent particulièrement.

Question n°4 : comment interprétez-vous ce résultat ? Que ce serait-il passé si on avait considéré ces individus comme actifs ? Sachant que chaque pays remonte ses propres statistiques, que pourrions-nous éventuellement en conclure pour ces 5 derniers ?

Dans un second temps, nous allons réaliser une classification des différents individus (actifs). Par la suite, vous noterez que nous ne nous poserons pas de question sur la stabilité des classes (qui par ailleurs est vérifiée).

Question n°5 : dans cet exemple, combien de facteurs devrions-nous retenir pour effectuer la classification ? Justifiez votre réponse.

Question n°6 (question de cours) : rappelez les différences qui existent entre les méthodes hiérarchiques et non hiérarchiques. Quels sont leurs avantages et inconvénients respectifs ?

Question n°7 : comment interprétez-vous les informations figurant en annexe n°5 ?

Question n°8 : à l'aide des informations de l'annexe n°6, commentez les 5 classes retenues.

¹ The **Programme for International Student Assessment (PISA)** is a worldwide study by the Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) [OCDE en français] in member and non-member nations of 15-year-old school pupils' scholastic performance on mathematics, science, and reading. It was first performed in 2000 and then repeated every three years. It is done with view to improving educational policies and outcomes. The data have increasingly been used both to assess the impact of educational quality on incomes and growth and for understand what causes differences in achievement across nations. 470,000 15-year-old students representing 65 nations and territories participated in PISA 2009.

Source : http://en.wikipedia.org/wiki/Programme_for_International_Student_Assessment

² Source : <http://browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/free/9810102e.pdf>

Annexe n°1

| Pourcentage d'élèves d'accord ou tout à fait d'accord avec les affirmations suivantes | |
|--|---|
| Gpe1 - A | Je m'entends bien avec la plupart de mes enseignants. |
| Gpe1 - B | La plupart de mes enseignants se soucient de mon bien-être. |
| Gpe1 - C | La plupart de mes enseignants écoutent réellement ce que j'ai à dire. |
| Gpe1 - D | Si j'ai besoin d'aide, mes enseignants me l'offrent. |
| Gpe1 - E | La plupart de mes enseignants me traitent de façon juste. ⚠ |

| Pourcentage d'élèves indiquant que les situations suivantes ne surviennent « jamais ou presque jamais » ou qu' « à quelques cours » | |
|--|--|
| Gpe2 - F | Les élèves n'écoutent pas ce que dit l'enseignant. |
| Gpe2 - G | Il y a du bruit et de l'agitation. |
| Gpe2 - H | L'enseignant doit attendre un long moment avant que les élèves se calment. |
| Gpe2 - I | Les élèves ne peuvent pas bien travailler. |
| Gpe2 - J | Les élèves ne commencent à travailler que bien après le début du cours. |

| Pourcentage d'élèves indiquant que les situations suivantes surviennent « à la plupart des cours » ou « à tous les cours » | |
|---|--|
| Gpe3 - K | L'enseignant demande aux élèves d'expliquer le sens d'un texte. |
| Gpe3 - L | L'enseignant pose des questions difficiles pour amener les élèves à réfléchir et mieux comprendre un texte. |
| Gpe3 - M | L'enseignant laisse aux élèves assez de temps pour réfléchir à leur réponse. |
| Gpe3 - N | L'enseignant recommande aux élèves de lire un livre ou un auteur. ⚠ |
| Gpe3 - O | L'enseignant encourage les élèves à exprimer leur opinion sur un texte. |
| Gpe3 - P | L'enseignant aide les élèves à faire le lien entre les récits qu'ils lisent et leur propre vie. |
| Gpe3 - Q | L'enseignant montre aux élèves en quoi les informations qu'ils tirent d'un texte s'appuient sur ce qu'ils savent déjà. |

Annexe n°2

| Pays membres de l'OCDE | |
|-------------------------------|---------------------|
| Allemagne | Israël |
| Australie | Italie |
| Autriche | Japon |
| Belgique | Luxembourg |
| Canada | Mexique |
| Chili | Norvège |
| Corée | Nouvelle-Zélande |
| Danemark | Pays-Bas |
| Espagne | Pologne |
| Estonie | Portugal |
| États-Unis | République slovaque |
| Finlande | République tchèque |
| France | Royaume-Uni |
| Grèce | Slovénie |
| Hongrie | Suède |
| Irlande | Suisse |
| Islande | Turquie |

| Pays partenaires | |
|-------------------------|-------------------|
| Albanie | Lituanie |
| Argentine | Macao (Chine) |
| Azerbaïdjan | Monténégro |
| Brésil | Panama |
| Bulgarie | Pérou |
| Colombie | Qatar |
| Croatie | Roumanie |
| Dubaï (EAU) | Serbie |
| Fédération de Russie | Shanghai (Chine) |
| Hong-Kong (Chine) | Singapour |
| Indonésie | Taipei chinois |
| Jordanie | Thaïlande |
| Kazakhstan | Trinité-et-Tobago |
| Kirghizistan | Tunisie |
| Lettonie | Uruguay |
| Liechtenstein | |

Annexe n°3

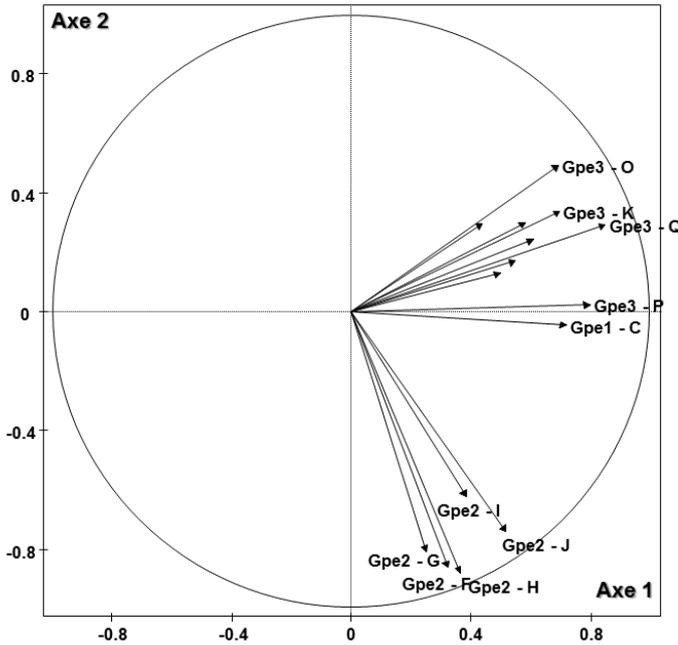
| Libellé de la variable | Effectif | Poids | Moyenne | Ecart-type | Minimum | Maximum |
|------------------------|----------|-------|---------|------------|---------|---------|
| Gpe1 - A | 34 | 34.00 | 84.677 | 3.946 | 73.000 | 94.000 |
| Gpe1 - B | 34 | 34.00 | 66.382 | 14.461 | 28.000 | 89.000 |
| Gpe1 - C | 34 | 34.00 | 67.118 | 6.868 | 55.000 | 82.000 |
| Gpe1 - D | 34 | 34.00 | 78.765 | 7.162 | 63.000 | 90.000 |
| Gpe2 - F | 34 | 34.00 | 71.471 | 8.325 | 55.000 | 92.000 |
| Gpe2 - G | 34 | 34.00 | 68.412 | 7.867 | 52.000 | 90.000 |
| Gpe2 - H | 34 | 34.00 | 72.029 | 6.666 | 62.000 | 93.000 |
| Gpe2 - I | 34 | 34.00 | 80.588 | 5.827 | 56.000 | 90.000 |
| Gpe2 - J | 34 | 34.00 | 74.529 | 7.026 | 55.000 | 91.000 |
| Gpe3 - K | 34 | 34.00 | 52.059 | 12.139 | 30.000 | 76.000 |
| Gpe3 - L | 34 | 34.00 | 58.500 | 11.062 | 35.000 | 80.000 |
| Gpe3 - M | 34 | 34.00 | 60.177 | 7.233 | 44.000 | 71.000 |
| Gpe3 - O | 34 | 34.00 | 55.206 | 9.692 | 26.000 | 67.000 |
| Gpe3 - P | 34 | 34.00 | 33.118 | 8.704 | 17.000 | 51.000 |
| Gpe3 - Q | 34 | 34.00 | 42.735 | 8.929 | 24.000 | 59.000 |

| | Gpe1 - A | Gpe1 - B | Gpe1 - C | Gpe1 - D | Gpe2 - F | Gpe2 - G | Gpe2 - H | Gpe2 - I | Gpe2 - J | Gpe3 - K | Gpe3 - L | Gpe3 - M | Gpe3 - O | Gpe3 - P | Gpe3 - Q |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Gpe1 - A | 1.00 | | | | | | | | | | | | | | |
| Gpe1 - B | 0.70 | 1.00 | | | | | | | | | | | | | |
| Gpe1 - C | 0.64 | 0.65 | 1.00 | | | | | | | | | | | | |
| Gpe1 - D | 0.51 | 0.58 | 0.45 | 1.00 | | | | | | | | | | | |
| Gpe2 - F | -0.06 | 0.11 | 0.37 | 0.08 | 1.00 | | | | | | | | | | |
| Gpe2 - G | -0.23 | -0.11 | 0.16 | -0.28 | 0.77 | 1.00 | | | | | | | | | |
| Gpe2 - H | -0.16 | -0.02 | 0.19 | 0.00 | 0.83 | 0.82 | 1.00 | | | | | | | | |
| Gpe2 - I | 0.07 | 0.17 | 0.32 | 0.48 | 0.61 | 0.35 | 0.63 | 1.00 | | | | | | | |
| Gpe2 - J | -0.06 | 0.10 | 0.28 | 0.08 | 0.70 | 0.71 | 0.88 | 0.60 | 1.00 | | | | | | |
| Gpe3 - K | 0.08 | 0.14 | 0.20 | 0.12 | -0.11 | -0.01 | 0.09 | -0.11 | 0.19 | 1.00 | | | | | |
| Gpe3 - L | -0.07 | 0.10 | 0.08 | -0.01 | -0.13 | 0.00 | 0.07 | -0.15 | 0.19 | 0.85 | 1.00 | | | | |
| Gpe3 - M | 0.17 | 0.20 | 0.39 | 0.54 | -0.01 | -0.07 | -0.05 | 0.28 | 0.10 | 0.49 | 0.30 | 1.00 | | | |
| Gpe3 - O | 0.30 | 0.30 | 0.37 | 0.16 | -0.26 | -0.06 | -0.15 | -0.16 | 0.06 | 0.72 | 0.61 | 0.56 | 1.00 | | |
| Gpe3 - P | 0.22 | 0.24 | 0.47 | 0.18 | 0.19 | 0.25 | 0.28 | 0.14 | 0.42 | 0.61 | 0.64 | 0.31 | 0.57 | 1.00 | |
| Gpe3 - Q | 0.33 | 0.39 | 0.53 | 0.31 | 0.03 | 0.03 | 0.04 | 0.11 | 0.19 | 0.73 | 0.62 | 0.50 | 0.77 | 0.76 | 1.00 |

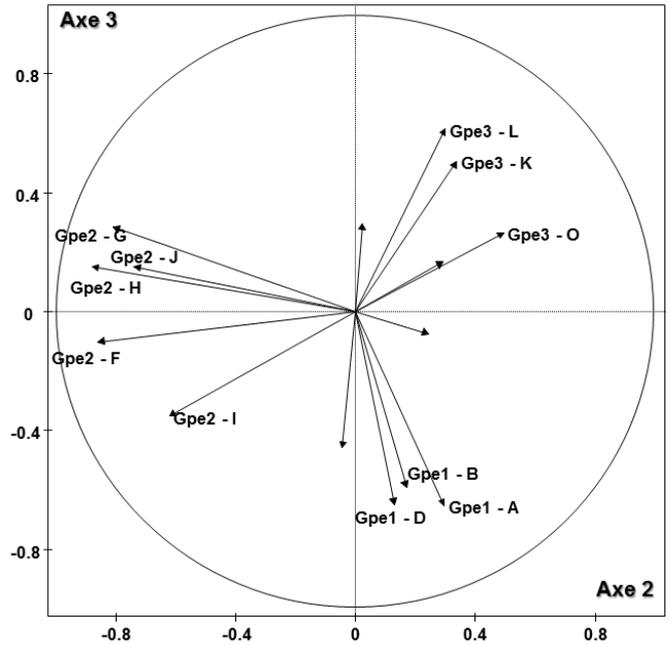
| Numéro | Valeur propre | Pourcentage | Pourcentage cumulé |
|--------|---------------|-------------|--------------------|
| 1 | 4.9811 | 33.21 | 33.21 |
| 2 | 3.8335 | 25.56 | 58.76 |
| 3 | 2.4945 | 16.63 | 75.39 |
| 4 | 1.1384 | 7.59 | 82.98 |
| 5 | 0.6301 | 4.20 | 87.18 |
| 6 | 0.4374 | 2.92 | 90.10 |
| 7 | 0.3542 | 2.36 | 92.46 |
| 8 | 0.2679 | 1.79 | 94.25 |
| 9 | 0.2305 | 1.54 | 95.78 |
| 10 | 0.2111 | 1.41 | 97.19 |
| 11 | 0.1369 | 0.91 | 98.10 |
| 12 | 0.0972 | 0.65 | 98.75 |
| 13 | 0.0886 | 0.59 | 99.34 |
| 14 | 0.0693 | 0.46 | 99.80 |
| 15 | 0.0294 | 0.20 | 100.00 |

| Libellé de la variable | Axe 1 | Axe 2 | Axe 3 | Axe 4 | Axe 5 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gpe1 - A | 0.44 | 0.30 | -0.65 | 0.37 | -0.01 |
| Gpe1 - B | 0.55 | 0.17 | -0.59 | 0.31 | -0.21 |
| Gpe1 - C | 0.72 | -0.04 | -0.46 | 0.27 | 0.26 |
| Gpe1 - D | 0.50 | 0.13 | -0.65 | -0.42 | -0.23 |
| Gpe2 - F | 0.32 | -0.86 | -0.10 | 0.07 | 0.09 |
| Gpe2 - G | 0.25 | -0.81 | 0.28 | 0.21 | 0.28 |
| Gpe2 - H | 0.36 | -0.88 | 0.15 | 0.00 | -0.13 |
| Gpe2 - I | 0.38 | -0.62 | -0.35 | -0.44 | -0.11 |
| Gpe2 - J | 0.52 | -0.74 | 0.15 | -0.01 | -0.14 |
| Gpe3 - K | 0.69 | 0.34 | 0.51 | -0.10 | -0.13 |
| Gpe3 - L | 0.58 | 0.30 | 0.61 | 0.00 | -0.32 |
| Gpe3 - M | 0.61 | 0.24 | -0.07 | -0.61 | 0.37 |
| Gpe3 - O | 0.69 | 0.49 | 0.26 | 0.05 | 0.26 |
| Gpe3 - P | 0.80 | 0.02 | 0.30 | 0.18 | -0.08 |
| Gpe3 - Q | 0.85 | 0.29 | 0.17 | 0.05 | 0.06 |

Cercle des corrélations Axes 1 & 2

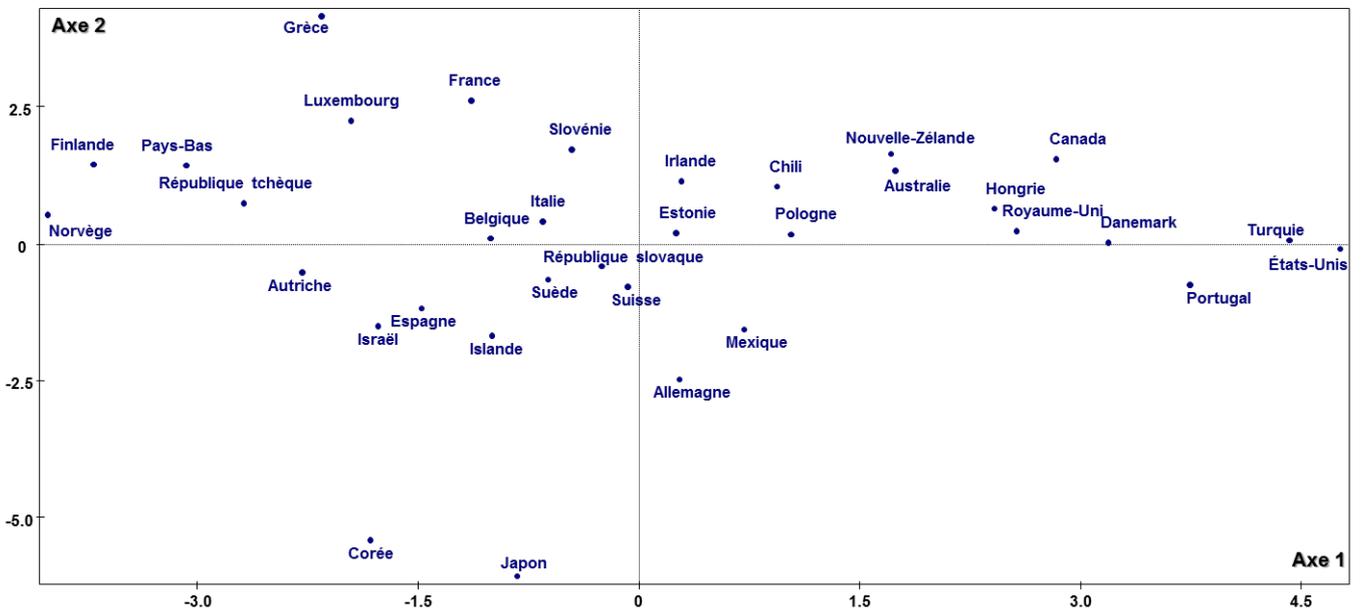


Cercle des corrélations Axes 2 & 3



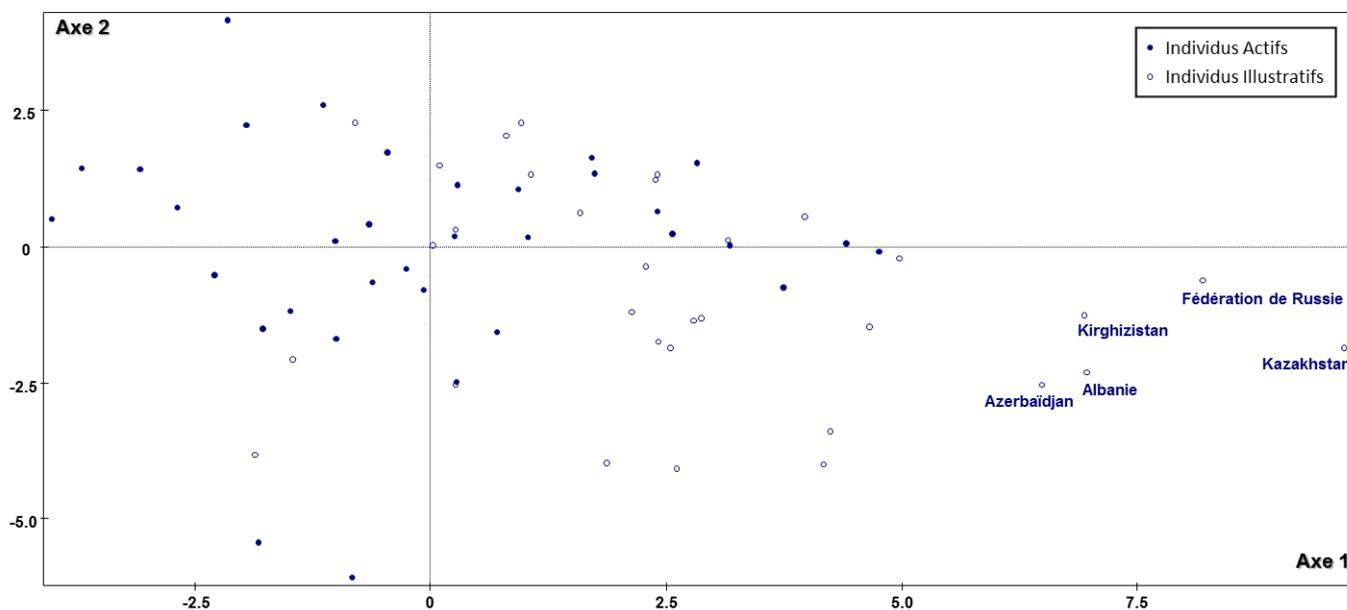
NB : sur les deux cercles précédents, ne figurent que les libellés des variables les mieux représentés. Les corrélations des autres variables sont disponibles – si besoin – dans l’un des tableaux précédents.

Graphique des Individus Actifs Axes 1 & 2



Annexe n°4

Graphique des Individus Actifs et Illustratifs Axes 1 & 2



Annexe n°5

| ITERATION | I. TOTALE | I. INTER | QUOTIENT |
|-----------|-----------|----------|----------|
| 0 | 12.44748 | 8.35650 | 0.67134 |
| 1 | 12.44748 | 8.35650 | 0.67134 |
| 2 | 12.44748 | 8.35650 | 0.67134 |

Annexe n°6

Classe 1 / 5

| V.TEST | PROBA | MOYENNES | | ECARTS TYPES | | VARIABLES CARACTERISTIQUES | |
|---|-------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------------------|------|
| | | CLASSE GENERALE | CLASSE GENERAL | CLASSE GENERAL | CLASSE GENERAL | NUM.LIBELLE | IDEN |
| Classe 1 / 5 (POIDS = 9.00 EFFECTIF = 9) bblb | | | | | | | |
| 3.80 | 0.000 | 65.44 | 52.06 | 5.64 | 12.14 | 12.Gpe3 - K | Gpe3 |
| 3.79 | 0.000 | 52.56 | 42.74 | 2.79 | 8.93 | 18.Gpe3 - Q | Gpe3 |
| 3.73 | 0.000 | 74.56 | 67.12 | 4.03 | 6.87 | 4.Gpe1 - C | Gpe1 |
| 3.52 | 0.000 | 67.56 | 60.18 | 3.13 | 7.23 | 14.Gpe3 - M | Gpe3 |
| 3.21 | 0.001 | 85.44 | 78.76 | 4.30 | 7.16 | 5.Gpe1 - D | Gpe1 |
| 3.19 | 0.001 | 79.78 | 66.38 | 5.85 | 14.46 | 3.Gpe1 - B | Gpe1 |
| 3.08 | 0.001 | 40.89 | 33.12 | 7.62 | 8.70 | 17.Gpe3 - P | Gpe3 |
| 3.00 | 0.001 | 88.11 | 84.68 | 2.64 | 3.95 | 2.Gpe1 - A | Gpe1 |
| 2.93 | 0.002 | 63.44 | 55.21 | 2.59 | 9.69 | 16.Gpe3 - O | Gpe3 |
| 2.58 | 0.005 | 66.78 | 58.50 | 8.34 | 11.06 | 13.Gpe3 - L | Gpe3 |

Classe 2 / 5

| V.TEST | PROBA | MOYENNES | | ECARTS TYPES | | VARIABLES CARACTERISTIQUES | |
|---|-------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------------------|------|
| | | CLASSE GENERALE | CLASSE GENERAL | CLASSE GENERAL | CLASSE GENERAL | NUM.LIBELLE | IDEN |
| Classe 2 / 5 (POIDS = 2.00 EFFECTIF = 2) bb2b | | | | | | | |
| 3.98 | 0.000 | 90.50 | 72.03 | 2.50 | 6.67 | 9.Gpe2 - H | Gpe2 |
| 3.37 | 0.000 | 91.00 | 71.47 | 1.00 | 8.33 | 7.Gpe2 - F | Gpe2 |
| 2.96 | 0.002 | 89.00 | 74.53 | 2.00 | 7.03 | 11.Gpe2 - J | Gpe2 |
| 2.75 | 0.003 | 83.50 | 68.41 | 6.50 | 7.87 | 8.Gpe2 - G | Gpe2 |
| -2.22 | 0.013 | 44.00 | 66.38 | 16.00 | 14.46 | 3.Gpe1 - B | Gpe1 |
| -3.14 | 0.001 | 34.00 | 55.21 | 8.00 | 9.69 | 16.Gpe3 - O | Gpe3 |
| -3.16 | 0.001 | 76.00 | 84.68 | 3.00 | 3.95 | 2.Gpe1 - A | Gpe1 |

Classe 3 / 5

| V.TEST | PROBA | MOYENNES | | ECARTS TYPES | | VARIABLES CARACTERISTIQUES | |
|--------|-------|------------------------|----------|--------------|---------|----------------------------|------|
| | | CLASSE | GENERALE | CLASSE | GENERAL | NUM.LIBELLE | IDEN |
| | | Classe 3 / 5 (POIDS = | | 14.00 | | EFFECTIF = 14) | |
| | | | | | | | bb3b |
| -2.14 | 0.016 | 53.57 | 58.50 | 8.74 | 11.06 | 13.Gpe3 - L | Gpe3 |
| -3.28 | 0.001 | 43.79 | 52.06 | 6.88 | 12.14 | 12.Gpe3 - K | Gpe3 |

Classe 4 / 5

| V.TEST | PROBA | MOYENNES | | ECARTS TYPES | | VARIABLES CARACTERISTIQUES | |
|--------|-------|--------------|----------|----------------|---------|----------------------------|------|
| | | CLASSE | GENERALE | CLASSE | GENERAL | NUM.LIBELLE | IDEN |
| | | Classe 4 / 5 | | (POIDS = 3.00 | | EFFECTIF = 3) | |
| | | | | | | | bb4b |
| 2.18 | 0.015 | 72.00 | 58.50 | 2.94 | 11.06 | 13.Gpe3 - L | Gpe3 |
| -2.03 | 0.021 | 59.33 | 67.12 | 2.49 | 6.87 | 4.Gpe1 - C | Gpe1 |
| -2.19 | 0.014 | 70.00 | 78.76 | 4.97 | 7.16 | 5.Gpe1 - D | Gpe1 |
| -2.39 | 0.008 | 60.33 | 71.47 | 4.99 | 8.33 | 7.Gpe2 - F | Gpe2 |
| -2.81 | 0.002 | 43.67 | 66.38 | 15.92 | 14.46 | 3.Gpe1 - B | Gpe1 |
| -2.94 | 0.002 | 71.00 | 80.59 | 10.61 | 5.83 | 10.Gpe2 - I | Gpe2 |

Classe 5 / 5

| V.TEST | PROBA | MOYENNES | | ECARTS TYPES | | VARIABLES CARACTERISTIQUES | |
|--------|-------|--------------|----------|----------------|---------|----------------------------|------|
| | | CLASSE | GENERALE | CLASSE | GENERAL | NUM.LIBELLE | IDEN |
| | | Classe 5 / 5 | | (POIDS = 6.00 | | EFFECTIF = 6) | |
| | | | | | | | bb5b |
| -2.07 | 0.019 | 47.67 | 55.21 | 7.56 | 9.69 | 16.Gpe3 - O | Gpe3 |
| -2.35 | 0.009 | 34.83 | 42.74 | 7.82 | 8.93 | 18.Gpe3 - Q | Gpe3 |
| -2.37 | 0.009 | 61.00 | 67.12 | 3.79 | 6.87 | 4.Gpe1 - C | Gpe1 |
| -2.49 | 0.006 | 63.67 | 71.47 | 3.09 | 8.33 | 7.Gpe2 - F | Gpe2 |
| -2.90 | 0.002 | 59.83 | 68.41 | 4.88 | 7.87 | 8.Gpe2 - G | Gpe2 |
| -2.94 | 0.002 | 64.67 | 72.03 | 1.80 | 6.67 | 9.Gpe2 - H | Gpe2 |
| -3.35 | 0.000 | 22.17 | 33.12 | 4.22 | 8.70 | 17.Gpe3 - P | Gpe3 |
| -3.80 | 0.000 | 64.50 | 74.53 | 4.86 | 7.03 | 11.Gpe2 - J | Gpe2 |

CLASSE 1/ 5
EFFECTIF: 9

| RK | DISTANCE | IDENT. |
|----|----------|------------------|
| 1 | 1.00143 | Hongrie |
| 2 | 1.30839 | Royaume-Uni |
| 3 | 1.42184 | Canada |
| 4 | 1.60846 | Danemark |
| 5 | 2.87858 | Australie |
| 6 | 3.38214 | Nouvelle-Zélande |
| 7 | 3.38553 | Turquie |
| 8 | 3.48151 | États-Unis |
| 9 | 6.77012 | Portugal |

CLASSE 2/ 5
EFFECTIF: 2

| RK | DISTANCE | IDENT. |
|----|----------|--------|
| 1 | 4.63647 | Corée |
| 2 | 4.63647 | Japon |

CLASSE 3/ 5
EFFECTIF: 14

| RK | DISTANCE | IDENT. |
|----|----------|---------------------|
| 1 | 0.23295 | République slovaque |
| 2 | 0.54392 | Suisse |
| 3 | 1.92236 | Espagne |
| 4 | 2.06155 | Estonie |
| 5 | 2.52620 | Italie |
| 6 | 3.30683 | Israël |
| 7 | 3.77843 | Suède |
| 8 | 4.13002 | Autriche |
| 9 | 4.50353 | Belgique |
| 10 | 4.67486 | Chili |

CLASSE 4/ 5
EFFECTIF: 3

| RK | DISTANCE | IDENT. |
|----|----------|----------|
| 1 | 3.15067 | Slovénie |
| 2 | 7.05829 | Pologne |
| 3 | 15.16238 | Grèce |

CLASSE 5/ 5
EFFECTIF: 6

| RK | DISTANCE | IDENT. |
|----|----------|--------------------|
| 1 | 1.11728 | République tchèque |
| 2 | 3.62647 | Norvège |
| 3 | 4.80421 | Pays-Bas |
| 4 | 5.47208 | Luxembourg |
| 5 | 5.71828 | Finlande |
| 6 | 7.78623 | France |