

- I -

On a observé l'âge sur une population de 200 personnes, et on a obtenu la distribution suivante:

<i>âge(années)</i>	[10; 15[[15; 20[[20; 22[[22; 30[[30; 50[[50; 70[<i>Total</i>
<i>effectif</i>	11	13	27	40	45	64	200
<i>fréquence</i>	5,5%	6,5%	13,5%	20%	22,5%	32%	100%

- 1) Représenter la distribution de l'âge à l'aide d'un histogramme.
- 2) Quelle est la classe modale de cette distribution?
- 3) Représenter la fonction de répartition de l'âge en supposant une répartition uniforme dans les classes.
- 4) Calculer la médiane de la distribution par interpolation linéaire et retrouver ce résultat graphiquement sur le graphe de la troisième question.

- II -

Un groupe de 100 personnes est partagé en deux sous-groupes : le premier comprend 60 personnes dont le revenu est égal à 2000 euros par mois, le second 40 personnes à revenu égal à 3000 euros par mois.

- 1) On considère la courbe de Lorenz $y = L(x)$ des revenus. On pose:
 - x = pourcentage de la population en commençant par les moins riches,
 - $y = L(x)$ = pourcentage correspondant des revenus totaux.
 Calculer $y = L(x)$ pour $x = 0$, $x = 0,6$ et $x = 1$, puis pour $x \in [0; 0,6]$ et $x \in [0,6; 1]$.
 On considère les points $O(0; 0)$, $A(0,6; 0,5)$ et $B(1; 1)$.
 Montrer que la courbe de Lorenz est composée des deux segments OA et AB .
- 2) Sur cette figure, que représente l'indice de Gini? Calculer cet indice.

- III -

La concession automobile Rouletabille vous a demandé d'étudier l'évolution de ses ventes de véhicules de tourisme entre 1998 (année $t = 0$) et 2004 (année $t = 1$).

A partir des prix moyens relevés pour ces deux années dans chaque catégorie de la gamme, vous avez obtenu le tableau et les résultats suivants (p=prix en milliers d'euros, q=quantité).

<i>catégorie(h)</i>	p_0^h	q_0^h	p_1^h	q_1^h
$h = a : ville$	10	150	12	130
$h = b : route$	16	200	20	180
$h = c : familiale$	26	50	33	50
$h = d : luxe$	33	20	42	40

$$Q_0 = \sum_h q_0^h = 420; \quad Q_1 = \sum_h q_1^h = 400; \quad V_0 = \sum_h p_0^h q_0^h = 6660; \quad V_1 = \sum_h p_1^h q_1^h = 8490;$$
$$\sum_h p_0^h q_1^h = 6800; \quad \sum_h p_1^h q_0^h = 8290;$$

- 1) Calculer l'indice élémentaire $I_{1/0}(Q)$ sur le nombre total de véhicules vendus, et l'interpréter d'une phrase chiffrant la variation correspondante.
- 2) Calculer et interpréter l'indice Laspeyres des quantités $L_{1/0}(q)$.
- 3) Calculer l'indice du chiffre d'affaires annuel entre les deux années. En déduire l'indice Paasche des prix.
- 4) Décomposer l'indice du chiffre d'affaires en un indice Paasche des prix, l'indice $I_{1/0}(Q)$ et un indice de structure. On calculera cette décomposition numériquement, et on donnera l'expression et la signification de l'indice de structure.
- 5) Calculer l'indice du prix moyen des véhicules entre les deux années. Comment expliquez-vous que cet indice soit supérieur à l'indice Paasche des prix?
- 6) Calculer les indices élémentaires de prix pour chaque catégorie, et la part de chacune d'entre elles dans le chiffre d'affaires en 2004. Quel indice synthétique cela vous permet-il de calculer? Donner l'expression correspondante.