LA RESOLUTION D'EQUATIONS

ET DE SYSTEMES D'EQUATIONS DIFFERENTIELLES

Une fois les fonctions mathématiques $f_j[x_1,..,x_i,..,x_n]$ et $g_j[x_1,..,x_i,..,x_n]$ définies dans « Mathematica », les équations et systèmes d'équations différentielles se formulent alors suivant le modèle ci-dessous. On a :

$$f_0[\{f_1[x_1,..,x_i,..,x_n]==g_1[x_1,..,x_i,..,x_n],\ f_m[x_1,..x_i,..,x_n]==g_m[x_1,..,x_i,..,x_n]\},\{y_1,..,y_p\},\{x_1..,x_i,..x_n\}] \quad (4)$$

Après la fonction symbolique « DSolve » (f_0=DSolve) ou la fonction numérique « NDSolve » (f_0=NDSolve), équivalente à la fonction imbriquée N[DSolve], figurent successivement, entre crochets, la liste entre accolades des équations, la liste entre accolades des fonctions « y_k » recherchées (sauf si la fonction est unique, k=1 à p) fonction elles-même des variables « x_i » et la liste entre accolades des variables « x_i » utilisées (sauf si la variable est unique, i=1 à n). Chaque équation « j » comprend successivement la fonction f_j suivie de sa (ses) variable(s) entre crochets, un double signe d'égalité « == » et la fonction « g_j » suivie de sa (ses) variable(s) entre crochets. Les équations et systèmes d'équations différentielles se présentent alors sous la forme symbolique et sous la forme numérique respectivement comme

$$\text{DSolve}[\{f_1[x_1,..x_i..,x_n]==g_1[x_1,.x_i..,x_n],..,f_m[x_1,..x_i..,x_n]==g_m[x_1,..x_i..,x_n]\},\{y_1,..,y_p\},\{x_1,.x_i.,x_n\}]$$

et

$$\text{NDSolve}[\{f_1[x_1,..x_i..,x_n]==g_1[x_1,..x_i..,x_n],..,f_m[x_1,..x_i..,x_n]==g_m[x_1,..x_i..,x_n]\},\{y_1,..,y_p\},\{x_1,.x_i.,x_n\}]$$

1) Si le système d'équations se réduit à une équation différentielle (m=1) comprenant la fonction univoque $f_1[x]$ (n=1 et $x=x_1$), la fonction univoque $g_1[x]$, la fonction univoque recherchée y[x] (p=1 et $y_1=y$), les expressions symbolique et numérique précédentes s'écrivent alors respectivement, avec l'option de présentation « TableForm », sous la forme

$$\text{DSolve}[\{\ f_1\,[x]==g_1[x]\ \},\ y[x],\ x]\ //\ \text{TableForm}$$

et

$$\text{NDSolve}[\{\ f_1\,[x]==g_1[x]\ \},\ y[x],\ x]\ //\ \text{TableForm}$$

puisque les accolades rassemblant les variables sélectionnées ne sont pas obligatoires en cas de fonction unique et de variable unique. A titre d'illustration, nous avons d'abord défini aux lignes d'entrée n°77 et n°78 de la copie d'écran ci-après respectivement la fonction $f_1[x]$ (comprenant la dérivée seconde y''[x]) et la fonction $g_1[x]$. Puis, avec les deux constantes C[1] et C[2], nous avons résolu l'équation différentielle $f_1[x]=g_1[x]$ en utilisant l'expression symbolique « DSolve » à la ligne d'opération n°79 avant de simplifier l'équation obtenue à la ligne d'opération suivante.

Si la fonction $g_1[x]$ est constante et égale à c_1, les expressions symbolique et numérique précédentes s'écrivent alors respectivement, avec l'option de présentation « TableForm », sous la forme

DSolve[{f_1 [x]= =c_1}, y[x], x] // TableForm

et

NDSolve[{f_1 [x]= =c_1}, y[x], x] // TableForm

Dans le cas ci-dessous de la fonction $h_1[x]$ (comprenant la dérivée première y'[x]) définie à la ligne d'entrée n°81), l'équation différentielle $f_1[x]=c_1$ est résolue à la ligne d'opération suivante en introduisant la seule constante C[1].

Telnet – moliere.u-paris10.fr VT

Connexion Edition Terminal

In[77] : = *f1[x_]:=y''[x]+y[x]*
In[78] : = *g1[x_]:=2*Cos[x]*
In[79] : = *DSolve [f1[x] == g1[x], y[x], x] // TableForm*
Out[79] = $\{\{y[x] \to C[2]\,Cos[x] + Cos[x]^3 - C[1]\,Sin[x] + 2\,Sin[x]\,(\frac{x}{2} + \frac{Sin[2\,x]}{4})\}\}$
In[80] : = *FullSimplify[%]*
Out[80] = $\{\{y[x] \to (1+C[2])\,Cos[x] + (x-C[1])\,Sin[x]\}\}$
In[81] : = *h1 [x_]:= x*y'[x]+Log[x]*
In[82] : = *Solve [h1[x] == 0, y[x], x]*
Out[82] = $\{\{y[x] \to C[1] - \frac{Log[x]^2}{2}\}\}$

2) Si le système d'équations comprend plusieurs équations (m≥2) avec des fonctions « f_j » (j=1 à m) comprenant plusieurs variables « x_i » (i=1 à n≥2) et des fonctions g_i comprenant uniquement une constante c_j , les systèmes d'équations différentielles s'écrivent alors respectivement sous leur forme symbolique et sous leur forme numérique comme

DSolve[{f_1 [x_1 ,x_2 , ..., x_n]==c_1, ... ,f_m [x_1 ,x_2 , ..., x_n]==c_m},{y_1,…,y_K},{x_1 ,x_2 , ., x_n}]

ou

NDSolve[{f_1 [x_1 ,x_2 , ..., x_n] ==c_1, ..,f_m [x_1 ,x_2 , ..., x_n]== c_m},{y_1,…,y_K},{x_1 ,x_2 , ., x_n}]