

Durée 2 heures (aucune sortie avant une heure et toute sortie est définitive)
Documents non autorisés

Exercice 1 (9 points)

J_1 et J_2 sont les deux seules entreprises présentes sur le marché d'un bien X . Fabriquer une unité de X coûte en moyenne 20 euros à J_1 comme à J_2 . Chaque entreprise décide stratégiquement de son prix de vente. On suppose que chacune a le choix entre un niveau de prix bas $p_B = 20 + \alpha_1$ et un niveau de prix haut $p_H = 20 + \alpha_2$ avec $0 < \alpha_1 < \alpha_2$ et $\alpha_2 < 2\alpha_1$.

Si l'une des deux entreprises propose un prix inférieur à l'autre, elle capte l'intégralité de la demande (aucune demande ne s'adresse à l'autre). Si les deux entreprises proposent le même prix, alors chacune couvre la moitié de la demande. On suppose que la demande globale de bien X est de 60 unités.

1. Présenter l'interaction stratégique entre J_1 et J_2 sous la forme d'un jeu simultané, en explicitant chaque issue possible (l'utilité de chaque joueur est mesurée par son niveau de profit). (3 pts)

2. Déterminer le ou les équilibre(s) de Nash en stratégies pures de ce jeu. Quel jeu générique reconnaissez-vous ? (2 pts)

3. Déterminer le ou les équilibre(s) de Nash en stratégies mixtes de ce jeu (on appelle p_1 (respectivement p_2) la probabilité que J_1 (respectivement J_2) choisisse la stratégie p_B). (2 pts)

4. On suppose désormais que les choix se font de façon séquentielle. Y a-t-il *lutte pour le premier coup*? (2 pts)

Exercice 2 (11 points)

Sur l'île Gamma, les liaisons aériennes entre deux villes A et B sont entièrement desservies par la compagnie nationale N . La demande annuelle de billets (aller-retour) est donnée par $q = 2000 - 2p$, avec p le prix (en euros) d'un billet aller-retour et q le nombre annuel de passagers. La compagnie a une fonction de coût $CT(q) = 400q$.

1. Calculer le prix d'un billet aller-retour entre A et B, le nombre annuel de passagers et le profit total de la compagnie nationale. (2 pts)

2. Calculer le surplus des passagers. (1 pt)

3. Les autorités de l'île décident d'ouvrir à la concurrence le marché des vols intérieurs. Une compagnie étrangère E, ayant la même fonction de coût que la compagnie nationale, peut entrer sur ce marché à condition de s'acquitter auprès des aéroports locaux d'une taxe forfaitaire de 28800 euros. On suppose que la compagnie N reste *leader* sur ce marché après ouverture à la concurrence (la compagnie E se comporte donc en *follower*).

a. Déterminer le nombre annuel de passagers sur chaque compagnie, le prix de marché du billet et le profit annuel réalisé par chaque compagnie. (2 pts)

b. Les passagers tirent-ils avantage de l'ouverture à la concurrence ? (1 pt)

c. Calculer le nombre de passagers transporté par N à partir duquel la compagnie E sera dissuadée d'entrer sur le marché des vols intérieurs. La compagnie N choisira-t-elle de dissuader l'entrée de E ? (2 pts)

4. Reprendre les questions 3a et 3c dans le cas où les aéroports locaux exigent *de la compagnie E* qu'elle leur reverse, non plus une taxe forfaitaire, mais une taxe de 100 euros par billet vendu. (3 pts)

Corrigé

Exercice 1 (9 points)

$$\begin{array}{rcccl} & & & J_2 & \\ & & & p_B = 20 + \alpha_1 & p_H = 20 + \alpha_2 \\ 1. \quad J_1 \quad p_B = 20 + \alpha_1 & & (30\alpha_1, 30\alpha_1) & & (60\alpha_1, 0) \\ & & p_H = 20 + \alpha_2 & & (0, 60\alpha_1) \\ & & & & (30\alpha_2, 30\alpha_2) \end{array}$$

(3 pts)

2. $\forall 0 < \alpha_1 < \alpha_2$, on a $MR_1(p_B) = p_B$ et $MR_2(p_B) = p_B$.

Avec la condition $\alpha_2 < 2\alpha_1$, on a en plus $MR_1(p_H) = p_B$ et $MR_2(p_H) = p_B$. Le couple (p_B, p_B) est donc le seul EN du jeu, il est joué en stratégies strictement dominantes et est Pareto-dominé par (p_H, p_H) . Jeu de type dilemme du prisonnier. (2 pts)

3. Le couple (p_B, p_B) étant joué en strat. strictement dominantes, il n'y a pas d'autre EN en stratégies mixtes. Intersection unique entre les fonctions de meilleure réponse dans l'espace des probabilités (p_1, p_2) . (2 pts)

4. Si J_1 détermine son prix avant J_2 on aboutit à l'ENP (p_B, p_B) . Idem si J_2 détermine son prix avant J_1 . Chaque joueur est donc indifférent à l'ordre des coups (pas de lutte pour le premier coup). (2 pts)

Exercice 2. (11 points)

1. Solution de monopole : Nombre annuel de passagers 600, prix du billet 700 euros et profit annuel de la compagnie 180000 euros. (2 pts)

2. Surplus des passagers = $\frac{(1000-700) \times 600}{2} = 300^2 = 90000$. (1 pt)

3.a Fonction de réaction de l'entreprise E (issue de $Max_{q_E} 600q_E - \frac{q_E q_N}{2} - \frac{q_E^2}{2} - 28800$)

$$q_E = 600 - \frac{q_N}{2}$$

que la compagnie nationale intègre dans sa fonction de profit ($Max_{q_N} 300q_N - \frac{q_N^2}{2} + \frac{q_N^2}{4}$), ce qui donne

$$\pi_N^S = 300q_N - \frac{q_N^2}{4}$$

Après maximisation du profit, on obtient le nombre de passagers transportés par N : $q_N^S = 600$ et par E : $q_E^S = 300$, le prix de marché du billet : $p^S = 550$. Profit de N leader à l'équilibre de Stackelberg $\pi_N^S = 90000$ et profit de E follower $\pi_E^S = 45000 - 28800 = 16200$. (2 pts)

3.b Le surplus des passagers augmente, il devient $S_{Passagers} = \frac{(1000-550) \times 900}{2} = 450^2 = 202500 > 300^2 = 90000$. (1 pt)

3.c Quantité limite q_N^L qui annule le profit de l'entreprise étrangère

$$\pi_E = (1000 - \frac{q_N + q_E}{2})q_E - 400q_E - 28800 = 0 \text{ avec } q_E = 600 - \frac{q_N}{2}$$

$$\text{c'est-à-dire } \pi_E(q_N^L) = 2(300 - \frac{q_N^L}{4})^2 - 28800 = 0$$

$\rightarrow q_N^L = 720$ passagers. D'où $p^L = 1000 - 360 = 640$ euros et le profit de la compagnie nationale qui dissuade ainsi E d'entrer est $720(640 - 400) = 720 \times 240 = 172800$ euros, profit qui est plus élevé que sous le duopole de Stackelberg (90000) donc la compagnie nationale préférera dissuader l'entrée de E en transportant au moins 720 passagers. (2 pts)

4. Nouvelle fonction de réaction de l'entreprise E : $q_E = 500 - \frac{q_N}{2}$, nouvelle fonction de profit de la compagnie nationale $\pi_N = 350q_N - \frac{q_N^2}{4}$. Après maximisation du profit, on obtient le nombre de passagers

transportés par N : 700 et par E : 150, le prix de marché du billet : 575, le profit de N leader à l'équilibre de Stackelberg $175 \times 700 = 122500$ et le profit de E follower $150 \times 75 = 11250$. **(2 pts)**

Calcul de la nouvelle quantité limite q_N^L telle que $\pi_E = \frac{1}{2}(500 - \frac{q_N}{2})^2 = 0$
soit $q_N^L = 1000$ passagers. D'où $p^L = 500$ euros et le profit de la compagnie nationale qui dissuade ainsi E d'entrer est $1000(500 - 400) = 100000 < 122500$, la compagnie nationale préfère donc ici laisser entrer E sur le marché. **(1 pt)**