UNIVERSITE PARIS X NANTERRE

Année universitaire 2006/2007
U.F.R. SEGMI
Licence 2ème année
N. Fombaron et F. Larbre

ÉPREUVE DE MICROÉCONOMIE I

15 juin à 13h - Durée 2 heures - Toute sortie est définitive

Documents et calculatrices non autorisés

Exercice I (10 points)

Considérons un marché en situation de duopole où les entreprises ne se rencontrent qu'une fois. La fonction de demande inverse est $p = 20 - \frac{1}{2}Y$, p est le prix du produit, Y la quantité écoulée sur le marché. $Y = \sum_{i=1}^{2} y_i$ où y_i est le niveau de production de l'entreprise i $(i = 1, 2)$. Les entreprises ont toutes deux des coûts moyens et marginaux constants, $c_1 = 1$ et $c_2 = 3$.

1. Si l'équilibre de Cournot prévaut, indiquez quels sont les niveaux de production des entreprises ainsi que le montant des profits pour chacune d'elles. **(1,5 pt)**

2. Pour quels niveaux de production le profit global serait-il maximisé ? **(1 pt)**

3. En imposant que chaque entreprise assure la moitié de la production totale ($y_1 = y_2 = \frac{Y}{2}$), quel serait le niveau de production Y qui permettrait de maximiser la somme de leurs profits ? Comparez les résultats avec ceux de la question 1. Quelle situation l'entreprise 1 préfère-t-elle ? **(1,5 pt)**

4. Admettons que les entreprises s'entendent pour que $y_1 = y_2 + x$. Dans un premier temps, on ne pose aucune condition sur x qui peut être positif ou négatif.
L'objectif est de maximiser le profit global.

4.1. Exprimez les niveaux y_i en fonction de x. **(1 pt)**

4.2. Pour quelle valeur de x les profits des entreprises sont-ils égaux ? Comparez les résultats à ceux de l'équilibre de Cournot. **(1 pt)**

4.3. Quelle valeur doit prendre x pour que l'entreprise 1 ait un profit égal à celui qu'elle obtient en équilibre de Cournot ? Assurez-vous que pour cette valeur de x, l'entreprise 2 obtient un profit supérieur à celui qu'elle aurait en équilibre de Cournot. **(1 pt)**

4.4. Supposons $x = 4$. Quels sont les niveaux de production qui maximisent le profit global ? Quel est le montant du profit réalisé par chaque entreprise ? **(1 pt)**

5. Supposons maintenant que la rencontre des entreprises se répète indéfiniment (on admettra que le poids accordé aux profits est le même quelle que soit la période à laquelle ils sont perçus).

5.1. Soit la stratégie suivante : *Pour la première rencontre, produire la quantité indiquée par la solution du point 3. Pour les rencontres ultérieures, ne pas modifier le niveau de production tant que l'autre entreprise ne modifie pas le sien, sinon punir en produisant la quantité de l'équilibre de Cournot.* Peut-on proposer aux entreprises d'utiliser cette stratégie ? Expliquez. **(1 pt)**

5.2. Soit la stratégie suivante : *Pour la première rencontre, produire la quantité indiquée par la solution du point 4.4. Pour les rencontres ultérieures, ne pas modifier le niveau de production tant que l'autre entreprise ne modifie pas le sien, sinon produire la quantité de l'équilibre de Cournot.* Peut-on proposer aux entreprises d'utiliser cette stratégie ? Expliquez. **(1 pt)**

Exercice II (10 points)

Salariés et actionnaires d'une firme s'interrogent sur la façon d'accroître la rentabilité de leur entreprise. Les premiers pensent que seul un nouvel investissement des actionnaires (pour acquérir des machines plus performantes) permettrait d'accroître la profitabilité de la firme. Les actionnaires, quant à eux, souhaiteraient que les salariés déploient plus d'efforts pour améliorer leur productivité. Les actionnaires ont la possibilité d'engager un montant i d'investissements qui rapportent à l'entreprise un gain brut égal à g_1. On suppose $g_1 > i$. Les salariés peuvent intensifier leurs efforts, ce qui réduit leur bien-être d'un montant e, et permet à l'entreprise de réaliser un gain g_2. Lorsque investissements des actionnaires et efforts des salariés se combinent, le gain est égal à $g_1 + g_2$.

On suppose que les gains sont intégralement distribués aux actionnaires de la firme. Les salariés quant à eux perçoivent des salaires, excepté dans le cas où l'entreprise dépose son bilan, d'un montant $s > e$. Le dépôt de bilan se produit lorsque les actionnaires n'investissent pas et les salariés ne font pas d'efforts (actionnaires comme salariés ont alors une satisfaction égale à zéro).

A. Les deux parties prennent leur décision simultanément.

A1. Représentez ce jeu sous forme normale. **(1 pt)**

A2. Quelle est la solution en stratégies prudentes ? Identifiez l'équilibre de Nash en stratégies pures. Est-il optimal au sens de Pareto ? **(1,5 pt)**

A3. On suppose maintenant que les salariés choisissent de faire des efforts avec une probabilité p_S et que l'investissement est décidé avec une probabilité p_A. Montrez que la probabilisation des choix ne fait pas apparaître d'autres équilibres de Nash. **(1,5 pt)**

B. Les actionnaires de l'entreprise peuvent maintenant observer le niveau d'effort fourni par les salariés avant de décider d'investir ou non.

B1. Représentez ce jeu sous forme extensive et identifiez l'équilibre de ce jeu. **(1 pt)**

B2. Avant que les salariés ne prennent leur décision, les actionnaires peuvent décider d'embaucher un manager interne. Le coût d'une telle embauche est $c < g_2$. Ce coût est entièrement supporté par les actionnaires. Si ce manager est embauché, il imposera aux salariés que leurs salaires ne soient pas distribués s'ils ne font pas d'efforts.

Quel est le nouvel équilibre de ce jeu ? Cette initiative permet-elle d'atteindre une situation Pareto-optimale ? **(2 pts)**

C. Un autre mode d'organisation de l'entreprise est possible. On renonce au manager et l'on envisage une répartition des gains de l'entreprise entre les actionnaires et les salariés. On note x la fraction des gains bruts reversée aux actionnaires $(0 < x < 1)$. On s'intéresse aux conséquences de ce type d'organisation lorsque les deux parties prennent leur décision de façon simultanée.

C1. Représentez ce jeu sous forme normale. **(1 pt)**

C2. À quelles conditions sur x et $(1 - x)$ (en fonction de e, i, g_1 et g_2) la combinaison de stratégies (faire des efforts, investir) constitue l'équilibre de Nash de ce jeu. Vous interpréterez économiquement ces conditions. **(2 pts)**

Éléments de corrigé

Exercice nº1

1. Profit de l'entreprise i : $\Pi_i = (p - c_i)\, y_i$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial y_1} = 19 - y_1 - \frac{1}{2} y_2 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \Pi_2}{\partial y_2} = 17 - \frac{1}{2} y_1 - y_2$$

$$y_1 = 19 - \frac{1}{2} y_2 \qquad y_2 = 17 - \frac{1}{2} y_1 \qquad y_1 = 14 \qquad y_2 = 10 \qquad p = 8 \qquad \Pi_1 = 98 \qquad \Pi_2 = 50$$

2. L'entreprise 2 a un coût unitaire plus élevé et ne produira pas. $y_1 = 19 \;\; p = 10,5 \;\; \Pi_1 = 180,5$

3. $\Pi(Y) = \left(20 - \frac{Y}{2}\right) Y \, - \, 1 \cdot \frac{Y}{2} \, - \, 3 \cdot \frac{Y}{2} \qquad \frac{\partial \Pi}{\partial Y} = 18 - Y$

$Y = 18 \qquad \Pi_1 = 90 \qquad \Pi_2 = 72$

L'entreprise 1 préfère la solution de Cournot.

4.1.
$$\begin{aligned}\Pi(Y) &= p(y_1 + y_2)\,(y_1 + y_2) \, - \, c_1(y_2 + x) \, - \, c_2 y_2 \\ &= \left[20 - \frac{1}{2}(2y_2 + x)\right](2y_2 + x) \, - \, c_1(y_2 + x) \, - \, c_2 y_2\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_2} = 40 - 2(2y_2 + x) - c_1 - c_2 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial y_2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y_2 = 9 - \frac{1}{2}x \quad \text{et} \quad y_1 = 9 + \tfrac{1}{2}x$$

On a alors $\quad Y = 18 \quad p = 11 \quad \Pi = 162$

4.2. $\Pi_1 = 10\left(9 + \frac{1}{2}x\right) \qquad \Pi_2 = 8\left(9 - \frac{1}{2}x\right)$

et pour avoir l'égalité des profits il faut $\quad x = -2$

4.3. $\Pi_1 = (11 - 1)(9 + \frac{1}{2}x) = 10(9 + \frac{1}{2}x) \qquad \Pi_2 = (11 - 3)(9 - \frac{1}{2}x) = 8(9 - \frac{1}{2}x)$

Si on veut $\Pi_1 = 98$, alors $x = \frac{8}{5}$ et l'on vérifie $\Pi_2 = 8\left(9 - \frac{1}{2}\frac{8}{5}\right) = 8 \cdot \frac{41}{5} \, > \, 50$

4.4. $y_1 = 11 \qquad y_2 = 7 \qquad \Pi_1 = 110 \qquad \Pi_2 = 56$

5.1. Non. L'entreprise 1 réaliserait un profit inférieur à celui qu'elle obtient en équilibre de Cournot. Menace inexistante.

5.2. Si les entreprises s'entendent pour la solution du point 4.4, elles réalisent toutes deux un profit supérieur à celui qu'elles obtiendraient en équilibre de Cournot. La menace du retour à la solution de Cournot est maintenant crédible.

Exercice n°2

A1.

		actionnaires (A) I	$\overline{I}$
salariés (S)	E	$s-e\,,\,g_1+g_2-i$	$s-e\,,\,g_2$
	$\overline{E}$	$s\,,\,g_1-i^*$	$0\,,\,0$

A2. La solution en stratégies prudentes est (E, I). Elle assure les gains $(s-e, g_1-i)$. Par ailleurs, $MR_S(I)=\overline{E}$, $MR_S(\overline{I})=E$, $MR_A(E)=I$, $MR_A(\overline{E})=I$. L'équilibre de Nash est donc $(\overline{E}, I)$ et c'est un optimum de Pareto.

A3.

		actionnaires (A) I	$\overline{I}$	
salariés (S)	E	$s-e\,,\,g_1+g_2-i$	$s-e\,,\,g_2$	p_S
	$\overline{E}$	$s\,,\,g_1-i$	$0\,,\,0$	$1-p_S$
		p_A	$1-p_A$	

Espérance de gain des salariés conditionnelle à $E = s-e$
Espérance de gain des salariés conditionnelle à $\overline{E} = sp_A$
D'où la fonction de meilleure réponse des salariés :

$$p_S(p_A) = \begin{cases} 1 \text{ si } p_A \in [0, \frac{s-e}{s}] \\ [0,1] \text{ si } p_A = \frac{s-e}{s} \\ 0 \text{ si } p_A \in [\frac{s-e}{s}, 1] \end{cases}$$

Espérance de gain des actionnaires conditionnelle à $I = g_1 + g_2 p_S - i$
Espérance de gain des actionnaires conditionnelle à $\overline{I} = g_2 p_S < g_1 + g_2 p_S - i$
D'où la fonction de MR des actionnaires :

$$p_A(p_S) = 1 \;\forall\; p_A \in [0,1]$$

Les courbes des meilleures réponses n'ont qu'un seul point intersection.

B1.

salariés	E	actionnaires	I	$(s-e\,,\,g_1+g_2-i)$
			$\overline{I}$	$(s-e\,,\,g_2)$
	$\overline{E}$	actionnaires	I	$(s\,,\,g_1-i)$ ENP comme en simultané
			$\overline{I}$	$(0\,,\,0)$

B2. Le sous-jeu qui suit la décision des actionnaires de ne pas embaucher un manager est l'arbre ci-dessus, tandis que celui qui suit la décision d'embaucher est le suivant :

salariés	E	actionnaires	I	$(s-e\,,\,g_1+g_2-i-c)$
			$\overline{I}$	$(s-e\,,\,g_2-c)$
	$\overline{E}$	actionnaires	I	$(0\,,\,g_1-i-c)$
			$\overline{I}$	$(0\,,\,-c)$

après réduction, on obtient finalement l'équilibre de Nash parfait (ENP) (Avec manager, Effort, Investir) auquel sont associés les gains g_1+g_2-i-c pour les actionnaires et $s-e$ pour les salariés ; cet équilibre est Pareto-dominé par (Sans manager, Effort, Investir) qui conduit respectivement aux gains g_1+g_2-i et $s-e$.

C1.

		actionnaires I	actionnaires $\overline{I}$
salariés	E	$s-e+(1-x)(g_1+g_2)\,,\,x(g_1+g_2)-i$	$s-e+(1-x)g_2\,,\,xg_2$
	$\overline{E}$	$s+(1-x)g_1\,,\,xg_1-i$	$0\,,\,0$

C2. Sans condition sur les paramètres, on a toujours : $MR_A(E)=I$ et $MR_S(\overline{I})=E$.
$(\overline{E},\overline{I})$ et $(E,\overline{I})$ ne peuvent pas être des équilibres. Pour que (E,I) soit un équilibre de Nash, il faut donc que : $MR_S(I)=E$ et $MR_A(E)=I$ c'est-à-dire
$xg_1>i$: le profit revenant aux actionnaires s'ils investissent doit être supérieur au coût de l'investissement,
$(1-x)g_2>i$: le profit revenant aux salariés s'ils font des efforts doit être supérieur au coût de l'effort