UNIVERSITE DE PARIS X **Année universitaire 2008-2009**
UFR SEGMI L2 ECONOMIE & GESTION ***Travaux dirigés***
Statistiques Economiques ***Fascicule 1***
N. CHEZE et D. ABECASSIS **Exercices repris ou adaptés de G. NEUBERG**

.

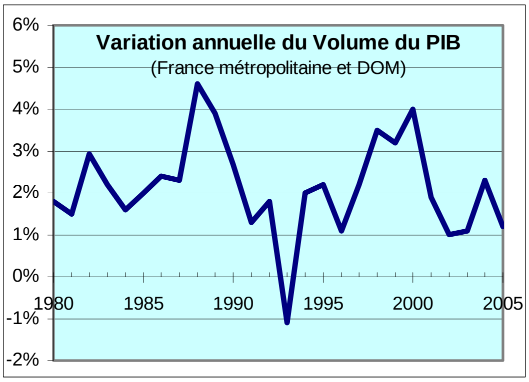
TAUX Economiques et Financiers

Exercice 1 Taux de croissance

1. Le prix d'un bien était de 300 € au début de l'année 2004. Il a augmenté de 20% pendant l'année 2004 et a diminué de 20% l'année suivante.
Calculer son prix au début de l'année 2006, la variation absolue de ce prix et son taux de « croissance » entre début 2004 et début 2006 puis le taux de croissance annuel moyen correspondant ?

2. Durant l'année 2005, une grandeur a augmenté de 2% au premier trimestre, de 7% au deuxième et a diminué de 5% au troisième.
Calculer le taux de croissance trimestriel moyen. En déduire le taux de croissance annuel moyen.

3. En France, le taux de croissance annuel moyen du PIB (en volume)
a été de : 2,0% en moyenne pendant les années 1980, … 1985,
3,2% en moyenne pendant les années 1986, …1990
0,7% en moyenne pendant les années 1991, 1992, 1993,
1,9% en moyenne pendant les années 1994, ... 1997,
3,6% en moyenne pendant les années 1998, 1999, 2000,
. 1,5% en moyenne pendant les années 2001, … 2005 ;
Calculer le taux de croissance annuel moyen sur la période 1980-2005.



Exercice 2 Introduction aux Calculs Financiers

Première partie : *Intérêts simples, Intérêts composés*
1. Au régime des intérêts simples, une somme d'argent V_0=1000 € placée au taux annuel i=3% rapporte chaque année des intérêts identiques, égaux à 1000 x 3% = 30 €. Après *n* années, la valeur acquise devient :

$$V_n = V_0 + n \times i \times V_0$$ (*pour des explications détaillées, voir note en bas de dernière page*)

Compléter les colonnes 2 et 3 du tableau ci-dessous avec les expressions de calcul et les valeurs correspondantes des intérêts et de la valeur acquise V_n

	Intérêts.Simples		Intérêts composés annuellement			
	3%		3%		6%	
n	Intérêts	**V_n**	Intérêts	**V'_n**	Intérêts	**V''_n**
0		**V_0 = 1 000**		**V_0 = 1 000**		**V_0 = 1 000**
1						
2						
3						
4				=1125,51		=1 262,48

2. Au régime des intérêts composés annuellement, les intérêts versés à la fin de la 1ère année sont « capitalisés » (i .e. ajoutés au capital pour produire des intérêts pendant la période suivante d'un an).
Après *n* années, la valeur acquise est : $V_n = (1+i)^n \times V_0$ (explications détaillées en dernière page)
Compléter les colonnes 4 et 5 du tableau précédent : calculer pour chaque année les intérêts produits pendant l'année et la valeur acquise en fin d'année V'_n au régime des intérêts composés annuellement (pour le même taux annuel de 3% ; comme en question **1**, on notera expressions et valeurs numériques).

Noter de même en colonne 6 et 7 les intérêts annuels et les valeurs acquises calculés pour un taux de 6%.
Comparer l'évolution de la somme acquise selon que le capital initial est placé à intérêts « simples » ou à intérêts « composés ».

Suite de l'exercice en dernière page

DISTRIBUTIONS EMPIRIQUES

Exercice 3 Le tableau ci-dessous présente les résultats d'une enquête concernant les 120 salariés d'une entreprise d'Ile de France. Il s'agit de données individuelles, recueillies en Mai 2006.

j	Salaire x_j	Sexe a_j	CSP b_j	Absence z_j	j	Salaire x_j	Sexe a_j	CSP b_j	Absence z_j	j	Salaire x_j	Sexe a_j	CSP b_j	Absence z_j
1	9 700	2	1	7	41	14 500	2	3	4	81	17 300	1	2	3
2	10 000	2	1	8	42	14 600	2	3	5	82	17 400	1	2	4
3	10 400	2	1	7	43	14 600	1	2	6	83	17 500	1	2	1
4	10 500	2	1	7	44	14 700	2	2	7	84	17 500	1	2	8
5	10 800	2	1	5	45	14 800	1	2	6	85	20 000	2	4	4
6	11 200	2	1	7	46	14 800	2	3	5	86	20 800	2	4	4
7	11 700	1	1	7	47	14 800	1	2	6	87	21 700	2	4	3
8	11 800	1	1	4	48	14 900	1	2	7	88	21 800	1	4	2
9	12 000	2	2	6	49	14 900	1	2	4	89	21 800	1	4	2
10	12 000	1	1	6	50	15 000	2	3	5	90	22 000	1	4	3
11	12 100	1	1	3	51	15 000	1	2	4	91	22 200	1	4	3
12	12 200	1	1	2	52	15 000	1	2	4	92	22 300	1	4	4
13	12 300	2	2	7	53	15 100	1	2	3	93	22 500	1	4	2
14	12 300	1	1	4	54	15 100	1	2	3	94	22 500	1	4	3
15	12 500	2	2	8	55	15 200	1	2	5	95	22 800	1	4	1
16	12 500	2	2	8	56	15 300	1	2	3	96	23 000	1	4	2
17	12 600	1	1	5	57	15 400	1	3	3	97	23 300	1	4	3
18	12 700	1	1	5	58	15 400	1	2	5	98	23 700	1	4	2
19	12 800	2	2	7	59	15 500	1	2	4	99	23 800	1	4	3
20	12 800	2	2	5	60	15 600	1	2	6	100	23 900	1	4	3
21	12 900	1	1	3	61	15 700	1	2	7	101	24 200	1	4	1
22	12 900	2	2	8	62	15 700	1	3	2	102	24 300	1	4	1
23	13 000	1	1	7	63	15 800	1	2	4	103	24 700	1	4	1
24	13 200	2	2	6	64	15 800	1	2	6	104	25 000	1	4	2
25	13 300	2	3	5	65	15 900	1	2	5	105	25 300	1	4	2
26	13 300	1	1	3	66	16 000	1	2	6	106	25 400	2	5	4
27	13 400	2	2	4	67	16 100	1	3	0	107	25 500	1	4	3
28	13 400	2	3	5	68	16 200	1	2	3	108	26 700	1	4	2
29	13 500	2	2	5	69	16 300	1	2	6	109	28 300	2	5	1
30	13 600	2	3	3	70	16 300	1	2	4	110	33 300	2	5	2
31	13 800	2	2	9	71	16 300	1	3	0	111	35 300	1	4	1
32	14 000	2	2	4	72	16 400	1	2	5	112	35 800	1	5	2
33	14 100	2	3	5	73	16 500	1	2	3	113	36 700	2	5	1
34	14 100	2	2	9	74	16 700	1	2	2	114	38 300	1	5	0
35	14 200	2	2	7	75	16 800	1	2	6	115	40 000	1	5	2
36	14 300	2	3	3	76	16 800	1	2	3	116	43 300	1	5	0
37	14 300	2	3	2	77	16 900	1	2	4	117	48 300	1	5	0
38	14 400	1	2	6	78	17 000	1	2	3	118	53 200	1	5	2
39	14 500	2	2	6	79	17 200	1	2	4	119	53 300	1	5	1
40	14 500	1	2	6	80	17 300	1	2	4	120	60 000	1	5	1

Sur la ligne j de ce tableau, on trouve les informations relatives au salarié numéro j.

x_j est le salaire annuel net du j^{ème} salarié (salaire 2005 net des cotisations sociales et de la CSG) (on remarquera que les salariés sont classés dans le fichier par ordre de salaire croissant),

a_j est le sexe, codé : 1 = homme 2 = femme.

b_j est la catégorie socioprofessionnelle, codée : 1 = ouvrier non qualifié 2 = ouvrier qualifié 3 = Employé 4 = Profession intermédiaire (technicien, agent de maîtrise) 5 = Cadre

z_j est le nombre de jours d'absence au travail durant les 100 premiers jours ouvrables de l'année 2006.

Dans ce qui suit, ce qui est souligné par un trait simple sera calculé au centre de calcul lors des séances EXCEL (exercice 2); ce qui est souligné par un trait double (i.e. : ______) sera ensuite à calculer, à titre d'application, hors séances EXCEL (à domicile ou en libre service salle 213) .

Première partie : ***tableaux résumés et représentations graphiques***

1.- Indiquer la population interrogée et préciser la nature de chaque variable du tableau :

- qualitative (ordonnée ou non)
- quantitative (discrète ou continue).

2. Caractérisation de la population: Etude des variables « Sexe » et « CSP »

2.1- La composition de la population selon la CSP est indiquée dans le tableau ci-contre.
Dénombrer les femmes et présenter la composition de la population selon le sexe , dans un tableau d'effectifs semblable au précédent.

CSP	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	Total
Effectifs	17	53	14	24	12	120

2.2- On affine la description de la population en donnant <u>la répartition des salariés selon le sexe et la catégorie socioprofessionnelle</u> par un tableau à double entrée: compléter le tableau d'effectifs ci-après : (proposition: commencer par dénombrer les Hommes de CSP 3, puis -pour vérifier- les Femmes …);

	CSP					
Sexe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	Total
1	11			21	8	81
2	6			3	4	39
Total	17	53	14	24	12	120

Proposer une représentation graphique susceptible d'illustrer ce tableau.

3. Etude de la variable « nombre de jours d'absence »

3.1- Le tableau d'effectifs ci-contre, quoique incomplet, donne intégralement <u>la répartition de l'ensemble des salariés selon le nombre de jours d'absence au travail</u> : quel est le nombre dominant de jours d'absence (*mode*)?
Représenter la distribution du nombre des jours d'absence à l'aide d'un diagramme en bâtons.

	Nombre de jours d'absence										
Sexe	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	Total
1			14		13	6	11	4	1		81
2			2	3	6	9	3		4	2	39
Total	**5**	**10**	**16**	**22**	**19**	**15**	**14**	**12**	**5**	**2**	120

3.2- Construire la courbe des fréquences cumulées (ou *fonction de répartition*).
Quelle est la *médiane* de la distribution?

3.3- Compléter le tableau précédent (indiquer dans les cases vides les effectifs correspondants).
Le mode est-il le même dans la sous population des hommes et celle des femmes? Lesquelles des trois distributions (hommes, femmes, ensemble) sont uni-modales? bi-modales?

3.4- Calcul des moyennes:
En complétant le tableau ci-contre, déterminer la <u>moyenne arithmétique des jours d'absence</u> pour l'<u>ensemble</u> des salariés. (les multiplications peuvent facilement se faire "de tête").
Faire de même ensuite pour les <u>hommes</u> et pour les <u>femmes</u> ; Quelle relation lie ces trois moyennes ?

Abs	Ensemble		Hommes		Femmes	
z_j	n_j	$n_j \cdot z_j$	n_j	$n_j \cdot z_j$	n_j	$n_j \cdot z_j$
0	5		5		0	
1	10		8		2	
2	16		14		2	
3	22		19	57	3	
4	19	76	13	52	6	
5	15	75	6		9	
6	14	84	11		3	
7	12	84	4	28	8	56
8	5		1		4	32
9	2		0		2	
Total	120	485		277		

4. Etude de la variable « salaire »

En posant $y = \dfrac{x}{1000}$ (i.e. $y_j = \dfrac{x_j}{1000}$ pour $j = 1, 2, \ldots, 120$), on obtient :

$\sum_{j=1}^{120} y_j = 2\,272{,}2$; $\sum_{j=1}^{120} j \times y_j = 167\,621{,}5$; $\sum_{j=1}^{120} y_j^2 = 53\,073{,}54$; $\sum_{j=1}^{120} \left| y_j - \bar{y} \right| = 766{,}68$

4.1- Déterminer le *salaire moyen* de l'ensemble des salariés, ainsi que le *salaire médian.*

4.2- Un ***recodage*** en classes permet de présenter la distribution des salaires dans un tableau statistique. Pour construire ces classes; on peut penser :

- fixer, de façon arbitraire, les extrémités des classes (question 4.2)
- utiliser les *neuf déciles* de la distribution comme extrémités des classes (question 4.3)
- utiliser d'autres fractiles comme extrémités des classes, par exemple le 5ème centile, le 1er quartile, la médiane, le 3ème quartile et le 95ème centile (question 4.4).

Ces deux dernières méthodes sont utilisées dans la pratique.

a) Présenter la distribution des salaires dans un tableau d'effectifs (fréquences absolues) en choisissant comme extrémités des classes : 12 000, 13 500, 15 000, 16 500, 21 000, 24 000, 27 000 et 43 000; (très rapide, car les salariés sont classés par salaires croissants, dans le tableau des données individuelles).
En déduire les fréquences relatives (pourcentages) correspondantes.
Présenter graphiquement cette distribution en construisant *l'histogramme* : remarquer son asymétrie : Pourquoi les résultats de 4.1 permettaient-ils de la prévoir ?.
Construire la fonction de répartition des salaires et déterminer le salaire médian graphiquement, puis par interpolation linéaire.
Comparer ce salaire médian à celui calculé en 4.1-. Pourquoi pouvait-on s'attendre à ce résultat ?

b) Calculer la moyenne arithmétique $\bar{x}_1$ des salaires de la 1ère classe. Quelle borne inférieure e_o doit-on choisir pour cette classe afin que son centre c_1 soit égal à $\bar{x}_1$?
De même, pour la dernière classe, calculer la moyenne arithmétique $\bar{x}_9$ des salaires de cette classe ; quelle borne supérieure e_9 doit-on choisir pour cette classe afin que son centre c_9 soit égal à $\bar{x}_9$?

c) On laisse inchangées les autres bornes et on fait l'hypothèse « classique » d'une répartition uniforme dans toutes les classes : donner alors la valeur approchée du salaire moyen dans l'entreprise correspondant à ce découpage en classes [indication: vous devez trouver alors une masse salariale globale (approchée) de 2 287, 2 M€].
Comparer cette valeur à celle du salaire moyen obtenue à la question 4.1.

4.3- Construire l'histogramme de la distribution des salaires en prenant pour bornes les neuf déciles D1, D2, ... D9 de la distribution, calculés* à partir du tableau des données brutes (page 2).
Pourquoi utilise-t-on souvent, dans la pratique, les quatre déciles D2, D4, D6 et D8 pour simplifier la distribution de la variable statistique plutôt que les neuf déciles ?

4.4- Déterminer les 5ème et 95ème centiles*, les 1er et 3ème quartiles* de la distribution des salaires de l'ensemble des observations (hommes et femmes) puis donner la troisième présentation suggérée plus haut, en introduction à 4.2.

* Quand un fractile ne correspond pas à une valeur observée, mais se trouve entre deux valeurs successives, x_{j-1} et x_j, en donner une approximation : la valeur c_j du milieu de l'intervalle $]\, x_{j-1}\,,\, x_j [$;
Cette convention simplifie celle pratiquée par EXCEL, qui pondère x_{j-1} par la proportion de valeurs inférieures au fractile cherché , et x_j par la proportion de valeurs supérieures à ce fractile .
Exemple : les déciles séparent en « paquets » de 12 salaires ; leurs valeurs fournies par EXCEL sont données dans le tableau de la question 9.1 ; D_1 sépare les 12 premiers salaires des 108 derniers, il est situé entre x_{12} et x_{13} :
$D_1 = 0{,}1\times x_{12} + 0{,}1\times x_{13}$; D_9 sépare les 108 premiers salaires des 12 derniers : $D_9 = 0{,}9\times x_{108} + 0{,}1\times x_{109}$

Deuxième partie : *Dispersion et concentration*

Mesure de la dispersion, variable absence **:**

On considère les deux distributions par sexe établies à la question 3.3 pour la variable *z*.

5.- Variance et Ecart-type de *z* (nombre de jours d'absence) pour chaque sexe:

5.1- Calcul de la variance $V_1(z)$ chez les Hommes: expérimenter deux méthodes de calcul en complétant le tableau de calculs ci-après; puis en déduire l'écart-type $\sigma_1(z)$.

Hommes		*Avec la formule de définition*			*Avec formule développée*	
z_i	n_i	$z_i - \bar{z}$	$(z_i - \bar{z})^2$	$n_i (z_i - \bar{z})^2$	z_i^2	$n_i z_i^2$
0	5	-3.42	11.7	58.482	0	0
1	8	-2.42	5.86	46.851	1	8
2	14	-1.42	2.02	28.230	4	56
3	19	-0.42	0.18	3.352	9	171
4	13	0.58	0.34	4.373	16	208
5	6	1.58	2.50	14.978	25	150
6	11	2.58	6.66	73.220	36	396
7	4					
8	1					
9	0					
Total	81	XXXX	XXXXX		XXXXXX	
(Total provisoire)				*(229.486)*		*(989)*

5.2- Vérifier, par l'une des 2 méthodes précédentes que $V_2(z)$ = 4.2735 (variance chez les Femmes). En déduire l'écart-type $\sigma_2(z)$.

6.- Quelle relation lie les variances et moyennes des deux sous-populations à la variance du mélange (démontrer la relation) ? En déduire la variance de z pour l'ensemble des salariés, puis l'écart-type.

En raisonnant sur la relation générale établie au début de cette question, que pourrait-on dire :

- de $\bar{z}_1$ et $\bar{z}_2$ si l'on avait : $V \approx \dfrac{n_1V_1 + n_2V_2}{n_1 + n_2}$?
- des observations dans chacune des deux sous populations (hommes et femmes) si l'on avait $V \approx \dfrac{n_1(\bar{z}_1 - \bar{z})^2 + n_2(\bar{z}_2 - \bar{z})^2}{n_1 + n_2}$?

Mesure de la dispersion, variable salaire

On veut calculer, pour les salaires, les indicateurs de dispersion absolus et relatifs, paramétriques et non paramétriques, les plus couramment utilisés.

7.- Indicateurs de dispersion non paramétriques (c'est-à-dire construits à partir des fractiles de la distribution) :
Donner des indicateurs absolus puis des indicateurs relatifs.
Les déterminer numériquement en utilisant (entre autres) les valeurs ci-contre, fournies par EXCEL.

Salaires	D_1	D_9
Hommes	12 290	35 300
Femmes	10 740	22 440
Ensemble	12 290	28 860

On appelle "*éventail des salaires au sens D1,D9*", le rapport $\dfrac{D_9}{D_1}$.

Calculer ce rapport et interpréter la valeur numérique trouvée. Comparer l'éventail des salaires au sens *D1,D9* de la distribution des salaires des hommes et de celle des femmes de l'entreprise.
Calculer l'éventail des salaires au sens *C5, C95*.

8.- Indicateurs de dispersion paramétriques:

L'écart-type $\sigma(x)$, l'écart absolu moyen $e(x)$ par rapport à la moyenne arithmétique et l'écart absolu moyen par rapport à la médiane $\tilde{e}(x)$ ont respectivement les valeurs numériques suivantes :

$$\sigma(x) = 9\,151{,}24 \qquad e(x) = 6\,389{,}0 \qquad \tilde{e}(x) = 5\,438{,}3$$

(vous vérifierez ces valeurs numériques en les calculant après la seconde séance EXCEL)
Rappeler leurs définitions respectives et justifier la propriété : $\tilde{e}(x) \le e(x) \le \sigma(x)$.

9.- Courbe de LORENZ

9.1- En utilisant le tableau des données brutes, compléter le tableau ci-dessous pour tracer la courbe de concentration (ou courbe de Lorenz) des salaires (tracé approximatif à partir de 9 points seulement)

i	D_i	Nbre de salaires inférieurs à D_i	Masse salariale correspondante	p_i : Pourcentage de salaires inférieurs à D_i	q_i : Pourcentage de Masse salariale correspondante	écart $p_i - q_i$
----	*Min*					
1	12 290	12	134 400		0.06	0.04
2	13 280	24				
3	14 300	35	437 600			
4	14 900	47	612 400		0.27	
5	15 650	60	809 800		0.36	
6	16 440		1 002 300		0.44	
7	18 250		1 207 200		0.53	
8	23 060		1 470 600		0.65	
9	26 860		1 766 400			
----	*Max*		*(cf q4)*			

Donner un exemple de lecture du graphique : comment s'interprète le point (p_2 , q_2) de la courbe ?
Comment est représentée sur le graphique la différence $p_2 - q_2$?

9.2- Indice de Gini (indicateur relatif de concentration) , définition et propriétés :

$$G = \frac{1}{2n^2\bar{x}}\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{n}\left|x_j - x_h\right| = \frac{2}{n^2}\sum_{j=1}^{n}\frac{x_j}{\bar{x}}\left(j - \tfrac{n+1}{2}\right) = \frac{2}{n^2\,\bar{x}}\sum_{j=1}^{n} j\times x_j - \tfrac{n+1}{n} \qquad (\text{avec ici } n = 120)$$

(les expressions 2 et 3 supposent les salaires $(x_j,\ j = 1,\ 2,\ \dots\ n)$ numérotés par ordre croissant)

Donner l'interprétation graphique de G sur la courbe de Lorenz et calculer l'approximation fournie par la méthode des trapèzes. Calculer maintenant la valeur exacte de G à l'aide de la 3ème expression (cf résultats numériques donnés en début de question 4).

(*suite de la page 1*)

Seconde partie : ***Notion de « Valeur Actuelle »*** (d'un versement unique, au régime des intérêts composés)

1 000 € est la valeur « actuelle », au taux 6%, des 1 262,48 € qui seront disponibles dans 4 ans.

Inversement, quelle est la valeur actuelle V_0 de 1000€ disponibles dans 4 ans ? pour disposer dans 4 ans de 1000 €, il faut déposer aujourd'hui une somme V_0 qui vérifie : $V_4 = 1000 = (1+i)^4 \times V_0 \Leftrightarrow V_0 = V_4 \,/\, (1+i)^4$

Au taux i, la **valeur actuelle** V_0 d'une somme V_n disponible dans n années a pour expression : $V_0 = V_n \,/\, (1+i)^n$

1. Constituer un tableau (Table d'Actualisation) donnant, pour un taux i = 6% et des durées n de placement allant de 1 à 4 ans, la valeur actuelle V_0 de 1000€ payables dans ces n années **.**

En déduire la valeur actuelle de :

3 000€ disponibles dans 2 ans,

3 200€ disponibles dans 3 ans

On généralisera cette table en séance EXCEL

	Valeur actuelle (au taux 6%) de 1000€ disponibles dans n années	
n	Expression de V_0	Valeur numérique de V_0
0		**1 000**
1		
2		
3		
4		

2.1 On désigne par VA la valeur actuelle, au taux de 10%, d'une somme V=50 000 € payable dans 5 ans. Tracer le diagramme des flux. Donner l'expression de VA en fonction de V. Calculer VA à l'aide d'une calculette possédant la fonction *ln*.

2.2 Au lieu de rembourser en un seul versement à la fin des 5 ans, on peut envisager de rembourser chaque année 10 000€ à la date anniversaire de l'emprunt (5 annuités) : tracer le diagramme des flux.

Calculer, pour ce même taux de 10%, la valeur actuelle de chacune de ces 5 annuités de même montant a = 10 000€ et en déduire la valeur actuelle VA' de cette suite de 5 annuités. Comparer à VA..

Exprimer VA' en fonction de a, du nombre n d'annuités et du taux i .

2.3 On désigne par VA ' la valeur actuelle, au taux de 12%, d'une suite de 10 annuités constantes égales à a =1 500€ ($a_t = 1500€, t=1, ...10$) payables à terme échu.

Tracer le diagramme des flux. Donner l'expression de VA ' en fonction de a. Calculer VA ' à l'aide d'une calculette (possédant la fonction *ln*).

Ces résultats seront vérifiés en séance EXCEL en utilisant de la fonction financière VA.

3.1 Après avoir placé dans votre banque 10 000€ pendant 5 ans à intérêts composés sur un compte bloqué, vous disposez de 14 693,28 €.

Tracer le diagramme des flux, écrire l'équation actuarielle que vérifie le taux d'intérêt z offert par votre banque sur la période. Calculer ce taux z à l'aide d'une calculatrice possédant la fonction ln.

3.2 Après avoir versé 5 annuités constantes de 6 000 € à terme échu, vous disposez de 42 000 €. Tracer le diagramme des flux, écrire l'équation actuarielle que vérifie le taux d'intérêt constant z offert par votre banque sur la période.

Pouvez vous déterminer ce taux z à l'aide de votre calculatrice ?

Ces résultats seront obtenus en séance EXCEL en utilisant de la fonction financière TAUX.

Explications détaillées *pour l'exercice 2, première partie :*

a) Au régime des intérêts simples, une somme d'argent V_0=1000 € placée au taux annuel i=3% rapporte **chaque année** des **intérêts identiques**, égaux à 1000 x 3% = 30 €.

Après 1 an, la « valeur acquise » V_1 par la somme initiale V_0 est : $V_1 = V_0 + i \times V_0$

A la fin de la 2ème année, 30€ de nouveau s'ajoutent, donnant V_2 : $V_2 = V_0 + 2 \times i \times V_0 = V_1 + i \times V_0$

Après n années, la valeur acquise devient V_n : $\boldsymbol{V_n = V_0 + n \times i \times V_0}$ **.**

b) Au régime des intérêts composés ***annuellement***, les intérêts versés à la fin de la 1ère année sont « capitalisés » (i .e. ajoutés au capital pour produire également des intérêts pendant la période suivante d'un an).

Ainsi, contrairement aux intérêts simples, à la fin de la 1ère année le **nouveau capital** placé est $V_1 = (1+i) \times V_0$; les intérêts produits durant la deuxième année sont calculés en utilisant V_1 pour nouveau capital; il en résulte que la valeur acquise V_2 à l'issue de la deuxième année vaut :

$V_2 = V_1 + i \times V_1 = (1+i) \times V_1$ donc $V_2 = (1+i)^2 \times V_0$.

Il en serait de même les années suivantes … Après n années, la valeur acquise est : $\boldsymbol{V_n = (1+i)^n \times V_0}$.