EXERCICES [6]

exercice 1 Mettre les fractions suivantes sous forme irréductible :

$$\frac{20}{15}, \quad \frac{56}{49}, \quad \frac{54}{72}, \quad \frac{221}{323}, \quad \frac{1024}{1234567}.$$

exercice 2 Simplifier les expressions rationnelles suivantes :

$$\frac{ab}{ac}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{c}}, \quad \frac{1}{\frac{1}{a}}, \quad \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} \times \frac{d}{e}, \quad \frac{a}{b} \times \frac{b^2}{a^2} \times \frac{a^3}{b^3} \times \frac{b^4}{a^4}.$$

exercice 3 Effectuer les opérations suivantes, en donnant la réponse sous forme de fraction irréductible :

$$\frac{7}{20} + \frac{4}{15}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}, \quad \frac{17}{33} - \frac{18}{37}, \quad \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{5} + \frac{5}{6}}.$$

exercice 4 Simplifier les expressions rationnelles suivantes :

$$\frac{2a}{b} + \frac{a}{2b}, \quad \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a}}, \quad \frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)}.$$

exercice 5 Soit A, B deux points du plan.

1. Vérifier qu'il existe exactement deux points M sur la droite (AB) tels que

$$\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$$

On appelle C, D ces points, le point C appartenant au segment $[AB]$.

2. Quelle est la valeur des rapports suivants

$$\frac{AC}{AB}, \quad \frac{BC}{BA}, \quad \frac{BA}{BC}, \quad \frac{CA \times CB}{AB^2} ?$$

3. Quelle est la valeur des rapports suivants

$$\frac{AD}{AB}, \quad \frac{BD}{BA}, \quad \frac{BA}{BD}, \quad \frac{DA \times DB}{AB^2} ?$$

exercice 6 Si trois jardiniers ramassent toutes les feuilles mortes d'un jardin en trois heures, quelle proportion des feuilles mortes de ce jardin ramasseront deux jardiniers en deux heures ?

exercice 7 On considère dans tout l'exercice un piéton, un cycliste et un automobiliste. On suppose que la vitesse du cycliste est égale à trois fois celle du piéton, et que la vitesse de l'automobiliste est égale à quatre fois celle du cycliste. Les situations proposées dans les questions qui suivent sont mutuellement indépendantes.

1. Si l'automobiliste roule à 60 km/h, quelle est la vitesse du piéton ?
2. Si le cycliste met 2 h pour parcourir un certain trajet, combien de temps mettront le piéton et l'automobiliste pour parcourir le même trajet ?
3. Si l'automobiliste met 1 h pour parcourir un certain trajet, combien de temps mettront le piéton et le cycliste pour parcourir la *moitié* de ce trajet ?
4. L'automobiliste parcourt 60 km en un certain temps. Quelle distance parcourent le piéton et le cycliste dans le même temps ?

exercice 8 Un premier automobiliste roule à 100 km/h, et un second à 120 km/h.

1. Quel est le temps gagné par le second sur le premier à chaque kilomètre parcouru ?
2. Combien de temps gagnera le second sur un trajet de 100 km ?

exercice 9 Un cycliste parcourt un aller-retour entre la ville A et la ville B . Sa vitesse moyenne sur le trajet de A à B est de 15 km/h et sa vitesse moyenne sur le trajet de B à A est de 25 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours ?

exercice 10 On augmente de 10 % la longueur et la largeur d'un rectangle. Exprimer en pourcentage l'augmentation de l'*aire* de ce rectangle.

exercice 11 Le rayon d'un disque augmente de 25 %. De combien augmente l'*aire* de ce disque ?

exercice 12 Un placement rapporte 4 % par an. Combien rapporte-t-il en deux ans ? en trois ans ?

exercice 13

1. La valeur d'un bien augmente de 20 %, puis diminue de 20 %. Quelle est en pourcentage la variation totale de cette valeur ?
2. La valeur d'un bien diminue de 20 %, puis augmente de 20 %. Quelle est en pourcentage la variation totale de cette valeur ?

exercice 14 [d'après P.Halmos] On suppose que les concombres sont composés de 99 % d'eau. On laisse reposer 500 kg de concombres pendant une nuit, et on constate que le lendemain les concombres ne contiennent plus que 98 % d'eau. Quel est le poids de concombres restant ?

exercice 15 * Soit A, B, C trois points alignés. On suppose que B appartient au segment $[AC]$ et que

$$\frac{BC}{AB} = \frac{AC}{BC} \quad (1)$$

1. Montrer que le rapport (1) vérifie l'équation

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad (2)$$

2. Vérifier que le nombre $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est solution de (2).