
EXERCICES [5]

exercice 1 Soit $ABCD$ un carré de côté 4 cm. On place les points E et F sur les côtés $[BC]$ et $[CD]$ tels que $BE = DF = x$ cm.
– Pour quelle valeur de x l'aire du triangle AEF est-elle égale au quart de celle du carré ?

exercice 2 Soit $ABCD$ un quadrilatère, et O le point d'intersection de ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

1. Construire ce quadrilatère sachant que $DC = 8,4$ cm, $OD = 4,8$ cm, $OC = 7$ cm, $CA = 10,5$ cm et $DB = 7,2$ cm.
2. Démontrer que $ABCD$ est un trapèze et calculer AB .
3. Les parallèles à (BC) et à (AD) passant par O coupent $[AB]$ respectivement en E et F . Démontrer que $AE = EF = FB$.

exercice 3 Soit ABC un triangle rectangle en A . On construit à l'extérieur de ABC trois demi-disques de diamètres respectifs les côtés du triangle ABC . Montrer que l'aire du demi-disque de diamètre $[BC]$ est égale à la somme des aires des deux autres demi-disques.

exercice 4 On considère un segment $[AB]$ de longueur 10 cm et deux points M et N intérieurs à ce segment, avec M entre A et N .

- Quelle est la longueur du chemin formé de la réunion des trois demi-cercles de diamètre $[AM]$, $[MN]$ et $[NB]$ respectivement ?

exercice 5 Soit $ABCD$ un carré, $\mathcal{C}$ le cercle passant par A, B, C, D et $\mathcal{D}$ le cercle inscrit dans le carré.

- Quel est le rapport des aires entre les deux disques bordés par $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ respectivement ?

exercice 6 Soit ABC un triangle d'aire a . Soit M le point de la demi-droite $[AB)$ tel que $AM = 3 \times AB$. La parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en N .

- Exprimer l'aire du triangle AMN en fonction de a .

exercice 7 Soit $[AB]$ un segment. Construire sur $[AB]$ un point M tel que $AB = 3 \times AM$.

exercice 8 Soit ABC un triangle, I le milieu de $[BC]$ et M un point du segment $[IC]$.

- Comment construire un point N sur $[AB]$ de telle sorte que le segment $[MN]$ partage le triangle ABC en deux parties de même aire ?

exercice 9 Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de rayon r . Soit P un point intérieur au cercle, distinct de O . La perpendiculaire à (OP) passant par P coupe $\mathcal{C}$ en T et T' . La perpendiculaire à (OT) passant par T coupe (OP) en P' .

- Montrer que $OP \times OP' = r^2$.

exercice 10 Soit O, A, B trois points alignés. On suppose que A est entre O et B .

– Construire un point M tel que

$$\frac{OM}{OA} = \frac{OB}{OM}.$$

[Indication : utiliser l'exercice précédent.]

exercice 11 [d'après sujet "zéro"] Soit $[AB]$ un segment de longueur 10 cm. Le but de l'exercice est la construction d'un point J tel que

$$\frac{JA}{JB} = 2$$

1. Construire un point C tel que $AC = 8$ cm et $BC = 4$ cm.
2. La bissectrice de l'angle ACB coupe le segment $[AB]$ en J . Tracer cette bissectrice à la règle et au compas. Laisser apparents les traits de construction.
3. La parallèle à la droite (CJ) passant par B coupe la demi-droite $[A, C)$ en M : montrer que la bissectrice de l'angle $\widehat{BCM}$ est perpendiculaire à la droite (CJ) .
4. Montrer que le triangle BCM est isocèle.
5. Déterminer $\frac{AJ}{AB}$.

exercice 12 Soit A, B deux points distincts.

1. Quels sont les points M du plan tels que $\widehat{AMB} = 90^\circ$?
2. Quels sont les points M du plan tels que $\widehat{AMB} = 60^\circ$?

exercice 13 * Soit $[AB]$ un segment, et d une droite perpendiculaire à (AB) en un point H *extérieure* au segment AB . Comment construire M sur d de telle sorte que l'angle $\widehat{AMB}$ soit maximal.