

Exercice 1 :

Une entreprise fabrique un produit sur trois sites U1, U2, U3. Ce produit est vendu dans deux dépôts D1, D2. On suppose que l'usine U1 a une capacité de production journalière de 8 tonnes, U2 de trois tonnes et U3 de 2 tonnes. D'autre part, on sait que le dépôt D1 doit satisfaire une demande journalière globale de 5 tonnes de produit, la demande de D2 étant de 4 tonnes. Le transport du produit des lieux de production aux lieux de vente a un coût important. Le coût de transport (en milliers de francs) d'une usine à un dépôt dépend linéairement de la quantité transportée. Les coûts unitaires sont récapitulés dans le tableau suivant :

	D1	D2
U1	5	7
U2	2	4
U3	4	2

Il s'agit de déterminer pour chaque usine non seulement la quantité produite mais aussi la répartition de cette quantité sur les deux lieux de vente de sorte de minimiser la somme des coûts de transport.

Formaliser ce problème à l'aide d'un programme linéaire et le mettre sous forme standard.

L'ingénieur prétend qu'il faut faire tourner les usines U2 et U3 au maximum de leur capacité en envoyant toute la production de U2 au dépôt D1 et toute celle de U3 au dépôt D2. L'usine U1 produit alors le complément en destination aussi bien de D1 que de D2 afin de satisfaire exactement la demande des dépôts.

Montrer que la solution de l'ingénieur correspond à une solution de base réalisable.

Est-elle optimale ?

Exercice 2 :

$$\text{Max } 2x_1 + 3x_2$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 24$$

$$3x_1 + x_2 \leq 21$$

$$-2x_1 - x_2 \geq -10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Résoudre graphiquement le PL ci-dessus.

Le mettre sous forme standard et appliquer une itération du simplexe.

Exercice 3 :

Considérons le PL suivant :

$$\text{Max } 2x_1 + x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$3x_1 - 2x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Résoudre graphiquement le PL ci-dessus.

Le mettre sous forme standard et observer le cheminement de l'algorithme du simplexe.

Exercice 4 :

Une compagnie fabrique des aliments pour le bétail vendus sous deux formes : farine ou granulés. Ces aliments sont obtenus à partir de différentes matières premières : avoine, maïs et mélasse. Le processus de fabrication est le suivant : les matières premières composant un aliment sont broyées ensuite on ajoute la mélasse et le mélange est transformé soit en granulé soit tamisé pour obtenir de la farine. Chaque aliment doit respecter un certain nombre de besoins nutritionnels. Le pourcentage de protéines, lipides et fibres contenus dans chaque matière première, ainsi que les pourcentages recommandés sont donnés :

Matière première	Protéines	Lipides	Fibres
avoine	13.6	7.1	7
Mais	4.1	2.4	3.7
mélasse	5	0.3	25
Teneur recommandée	≥ 9.5	≥ 2	≤ 6

Les matières premières sont disponibles en quantité limitées. Le tableau suivant résume les quantités disponibles chaque jour, et leur coût d'achat.

Matière première	Quantité disponible en kg	Prix d'achat en Euro/kg
avoine	11900	0.8
Mais	23500	1
mélasse	750	0.75

Enfin, les coûts de chacune des opérations de fabrication en Euros par kg :

Broyage	Mélange	Granulation	Tamisage
1.50	0.30	2.50	1

Quelles doivent être les quantités et les compositions des deux types d'aliments de façon à minimiser les coûts de revient, sachant que la demande journalière des clients est de neuf tonnes de granulés et douze tonnes de farine ?

Exercice 5

En Australie, la récolte de canne à sucre est hautement mécanisée. Les cannes fraîchement coupées sont acheminées directement vers une sucrerie dans des wagons qui empruntent un réseau de petites voies ferrées. La teneur en sucre des cannes d'un wagon dépend du champ de récolte et de la maturité des cannes. Après récolte, cette teneur diminue rapidement par fermentation, au point que le contenu du wagon devient sans valeur après un certain temps. A l'instant t , onze wagons pleins, de même charge, sont arrivés à la sucrerie. Des examens ont permis de déterminer les pertes en sucre de chaque wagon (en kg/h) et la durée de vie des lots (en heures à partir de t).

lot	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
perte	43	26	37	28	13	54	62	49	19	28	30
durée	8	8	2	8	4	8	8	8	6	8	8

Chaque lot peut passer au choix sur une des trois lignes de traitement disponibles, complètement équivalentes. Il peut même être découpé pour passer en partie sur chacune des lignes. Il nécessite deux heures de traitement. La fin de traitement doit survenir au plus tard à la date de fin de vie du lot.

Déterminer un ordonnancement de traitement des lots à partir de l'instant t , de façon à minimiser la perte totale en sucre.

Que faudrait-il ajouter au modèle si le traitement ne pouvait être découpé ?