

Développements limités. Points stationnaires

Exercice 1. Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 2 des fonctions suivantes :

1/ $f(x) = e^{\frac{1}{2} \sin(x)} \sqrt{1 + \frac{x}{2}}$.

2/ $g(x) = e^{\frac{x}{2}} \ln(1 + \sin(x))$.

3/ $h(x) = (1 + x)^4 \cos(x)$.

Exercice 2. Considérons la fonction réelle f définie par :

$$f(x) = e^{\cos(x)-1} \ln(1 + x^2)$$

- 1/ Déterminer le développement limité de f à l'ordre 2 en 0.
- 2/ En déduire l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse 0.
- 3/ Quelle est la position du graphe de f par rapport à sa tangente au point d'abscisse 0.
- 4/ Est-ce que 0 est un point stationnaire de f ? Si oui, déterminer sa nature.
- 5/ Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}.$$

Exercice 3. Considérons la fonction réelle f définie par :

$$f(x) = e^{(\frac{x}{2}-1) \ln(\frac{x}{4}+1)}$$

- 1/ Déterminer le domaine de définition de f .
- 2/ Déterminer le développement limité de f à l'ordre 2 en 0.
- 3/ En déduire l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse 0.
- 4/ Indiquer la position du graphe de f par rapport à cette tangente.