

Année 2006/2007

Mme CHEZE.

UNIVERSITÉ PARIS X NANTERRE

L3 SCIENCES ECONOMIQUES

EXAMEN DE STATISTIQUES- FEVRIER 2007

Durée : 2 Heures.

Le formulaire et les calculatrices sont autorisés. Tout autre document est interdit.

---

*Exercice 1.* (4 points)

Lors d'une étude sur le stress associé à différentes activités professionnelles, 50 avocats et 75 ingénieurs ont été invités à qualifier leur profession de peu (P), moyennement (M) ou très (T) stressante. Voilà les résultats de cette étude:

	avocats	ingénieurs
P	5	19
M	15	21
T	30	35

Tester au risque 1% l'hypothèse selon laquelle les différentes professions engendrent un stress identique en précisant le test utilisé?

*Exercice 2.* (6 points)

On considère un  $n$ -échantillon  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de loi normale  $N(m, 1)$  avec  $m$  inconnue. On rappelle la densité de  $X$ :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-m)^2}{2}\right)$$

1. Déterminer l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $m$ .
2. Cet estimateur est-il sans biais?
3. Cet estimateur est-il convergent?
4. Cet estimateur est-il efficace?
5. Donner la loi de  $\bar{X}_n$  en justifiant votre réponse.
6. Donner un intervalle de confiance pour  $m$  au niveau de confiance 0.95 en supposant que  $n = 16$  et que la valeur observée de  $\bar{X}_n$  est  $\bar{x}_n = 5$ . Justifier la réponse.

*Exercice 3.* (5 points)

On souhaite comparer deux espèces de blés. On cultive la première espèce sur 48 parcelles et la seconde espèce sur 54 autres parcelles de mêmes caractéristiques et on obtient les résultats suivants (en quintaux):

	blé A	blé B
moyenne empirique	14	12
écart-type empirique	10	8

1. Peut-on affirmer au risque 1% que le blé A donne un meilleur rendement moyen que le blé B?
2. Calculer la puissance de ce test si on prend pour hypothèse alternative  $H_1 : m_1 - m_2 = 4$  où  $m_1$  correspond au rendement moyen du blé A et  $m_2$  au rendement moyen du blé B.
3. Quel risque  $\alpha$  minimum doit-on prendre pour accepter que le blé A donne un meilleur rendement que le blé B?

*Exercice 4.* (5 points)

Deux classes ont passé un examen. La première classe comprenait 21 étudiants et l'autre 31 étudiants. Les résultats obtenus sont les suivants:

$$\text{classe 1 : } \sum_{i=1}^{21} x_i = 296.6, \quad \sum_{i=1}^{21} x_i^2 = 4263.02$$

$$\text{classe 2 : } \sum_{i=1}^{31} y_i = 410.8, \quad \sum_{i=1}^{31} y_i^2 = 5547.4$$

On admettra que les variables aléatoires  $X$  et  $Y$  suivent respectivement une loi normale  $N(m_X, \sigma_X^2)$  et  $N(m_Y, \sigma_Y^2)$ .

1. Montrer que l'on peut admettre au risque 2% l'égalité des variances  $\sigma_X^2$  et  $\sigma_Y^2$ .
2. Donner une estimation sans biais de la variance commune  $\sigma^2$ .