

L2 SCIENCES ECONOMIQUES

EXAMEN DE STATISTIQUES: 3 février 2006

Durée : 2 Heures.

Le formulaire et les calculatrices sont autorisés. Tout autre document est interdit.

Exercice 1. (2 points)

Un capital de 5 000 euros a été placé à intérêts composés auprès d'une banque, à un taux révisable selon le marché financier. Pendant les 3 premières années, le taux a été de 6 %; puis de 8 % durant les 2 années suivantes et de 10 % les 2 dernières années.

- 1) Déterminer la valeur finale du capital à l'issue des sept années.
- 2) A quel taux annuel moyen le capital a-t-il été placé sur l'ensemble de la période considérée (formule exacte)?

Exercice 2. (9 points)

Le tableau de données ci-contre présente les notes attribuées par deux juges à dix sportifs lors d'une compétition (X = note donnée par le juge 1, Y = note donnée par le juge 2).

Sportif	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	72	65	80	84	74	68	82	68	76	71
Y	76	63	84	87	79	69	81	71	73	77

On donne $\sum_{i=1}^{10} x_i = 740$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 55130$, $\bar{y} = 76$, $\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 472$ et $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 56618$.

- 1) Représenter le nuage de points.
- 2) Calculer la moyenne arithmétique et la variance des notes de chacun des deux juges.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les deux notes.
- 4) Donner l'équation de la droite de régression de Y en X et la tracer sur le graphique 1).
- 5) Calculer une grandeur qui permet de juger de la qualité de l'ajustement linéaire.
- 6) Calculer les erreurs commises (résidus) par la régression linéaire pour les quatre premiers sportifs. Calculer la variance expliquée en utilisant le coefficient de détermination.
- 7) Prédire à l'aide de la régression linéaire la note qu'attribuerait le deuxième juge à un candidat noté 85 par le premier juge. Est-ce que cette prévision est fiable?

Exercice 3. (6 points)

Des étudiants passent une épreuve de statistique et une épreuve d'économie. La correction des copies permet de dresser le tableau de contingence ci-contre où Y est la note de statistique et X celle d'économie.

X^Y	9	10	11	12
3	0	0	0	20
5	8	8	4	20
10	20	16	8	36
15	12	8	0	20
17	0	0	4	16

Partie A : Etude des distributions marginales

- 1) Combien d'étudiants ont passé les deux épreuves?
- 2) On considère les notes en économie.
 - a- Calculer la médiane de X , la moyenne de X et la variance de X .
 - b- Représenter graphiquement la distribution de X .

Partie B : Etude des distributions jointes et conditionnelles.

- 2) Quel est le pourcentage des étudiants ayant obtenu 10 en économie?
- 3) Parmi les étudiants ayant 10 en économie, quel est le pourcentage de ceux qui ont eu 10 en statistique ? Quelle fraction de tous les étudiants représentent-ils?
- 4) Quelle est la note d'économie obtenue ou dépassée par 60 étudiants?
- 5) Quel est le pourcentage des étudiants qui ont une meilleure note en statistique qu'en économie?

Exercice 4. (4 points)

Un magasin de vêtements a calculé les ventes de maillots de bains. Le tableau ci-dessous présente les données y_i par trimestre; dans le tableau, elles sont représentées en fonction du trimestre $t_i, i = 1, \dots, 12$. On propose pour cette série un modèle additif simple (tendance ($f_t = at + b$) + coefficients saisonniers).

	y_i	y_i	y_i
Trimestre	année 1	année 2	année 3
1	1	0	0
2	4	7	5
3	9	10	9
4	2	7	6
Moyenne	4	6	5

On donne $\sum_{i=1}^{12} t_i = 78, \bar{t} = 6,5, \sum_{i=1}^{12} y_i = 60, \bar{y} = 5, \sum_{i=1}^{12} t_i^2 = 650, \sum_{i=1}^{12} (y_i - \bar{y})^2 = 142,$

$$\sum_{i=1}^{12} y_i t_i = 433.$$

- 1) Calculez la tendance linéaire ($f_t = at + b$) par la méthode des moindres carrés et déterminez la qualité de l'ajustement trouvé, qu'en pensez-vous ?
- 2) A l'aide du modèle précédent:
 - a) estimez les ventes de maillots au quatrième trimestre de l'année 3,
 - b) prévoyez les ventes de maillots au troisième trimestre de l'année 4
- 3) Les coefficients saisonniers étant: $S_1 = -4,222 ; S_2 = 0,477 ; S_3 = 4,176 ; S_4 = -0,458$. A l'aide du modèle additif:
 - a) estimez les ventes de maillots au quatrième trimestre de l'année 3,
 - b) prévoyez les ventes de maillots au troisième trimestre de l'année 4