

L2 SCIENCES ECONOMIQUES

EXAMEN DE STATISTIQUES: 3 février 2006

Durée : 2 Heures.

Le formulaire et les calculatrices sont autorisés. Tout autre document est interdit.

**Exercice 1. (2 points)**

Un capital de 5 000 euros a été placé à intérêts composés auprès d'une banque, à un taux révisable selon le marché financier. Pendant les 3 premières années, le taux a été de 6 %; puis de 8 % durant les 2 années suivantes et de 10 % les 2 dernières années.

- 1) Déterminer la valeur finale du capital à l'issue des sept années.
- 2) A quel taux annuel moyen le capital a-t-il été placé sur l'ensemble de la période considérée (formule exacte)?

**Exercice 2. (9 points)**

Le tableau de données ci-contre présente les notes attribuées par deux juges à dix sportifs lors d'une compétition (  $X$  = note donnée par le juge 1,  $Y$  = note donnée par le juge 2 ).

Sportif	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X$	72	65	80	84	74	68	82	68	76	71
$Y$	76	63	84	87	79	69	81	71	73	77

On donne  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 740$ ,  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 55130$ ,  $\bar{y} = 76$ ,  $\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 472$  et  $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 56618$ .

- 1) Représenter le nuage de points.
- 2) Calculer la moyenne arithmétique et la variance des notes de chacun des deux juges.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les deux notes.
- 4) Donner l'équation de la droite de régression de  $Y$  en  $X$  et la tracer sur le graphique 1).
- 5) Calculer une grandeur qui permet de juger de la qualité de l'ajustement linéaire.
- 6) Calculer les erreurs commises (résidus) par la régression linéaire pour les quatre premiers sportifs. Calculer la variance expliquée en utilisant le coefficient de détermination.
- 7) Prédire à l'aide de la régression linéaire la note qu'attribuerait le deuxième juge à un candidat noté 85 par le premier juge. Est-ce que cette prévision est fiable?

**Exercice 3. (6 points)**

Des étudiants passent une épreuve de statistique et une épreuve d'économie. La correction des copies permet de dresser le tableau de contingence ci-contre où  $Y$  est la note de statistique et  $X$  celle d'économie.

$X^Y$	9	10	11	12
3	0	0	0	20
5	8	8	4	20
10	20	16	8	36
15	12	8	0	20
17	0	0	4	16

**Partie A** : Etude des distributions marginales

- 1) Combien d'étudiants ont passé les deux épreuves?
- 2) On considère les notes en économie.
  - a- Calculer la médiane de  $X$ , la moyenne de  $X$  et la variance de  $X$ .
  - b- Représenter graphiquement la distribution de  $X$ .

**Partie B** : Etude des distributions jointes et conditionnelles.

- 2) Quel est le pourcentage des étudiants ayant obtenu 10 en économie?
- 3) Parmi les étudiants ayant 10 en économie, quel est le pourcentage de ceux qui ont eu 10 en statistique ? Quelle fraction de tous les étudiants représentent-ils?
- 4) Quelle est la note d'économie obtenue ou dépassée par 60 étudiants?
- 5) Quel est le pourcentage des étudiants qui ont une meilleure note en statistique qu'en économie?

**Exercice 4. (4 points)**

Un magasin de vêtements a calculé les ventes de maillots de bains. Le tableau ci-dessous présente les données  $y_i$  par trimestre; dans le tableau, elles sont représentées en fonction du trimestre  $t_i, i = 1, \dots, 12$ . On propose pour cette série un modèle additif simple (tendance ( $f_t = at + b$ ) + coefficients saisonniers).

	$y_i$	$y_i$	$y_i$
Trimestre	année 1	année 2	année 3
1	1	0	0
2	4	7	5
3	9	10	9
4	2	7	6
Moyenne	4	6	5

On donne  $\sum_{i=1}^{12} t_i = 78, \bar{t} = 6,5, \sum_{i=1}^{12} y_i = 60, \bar{y} = 5, \sum_{i=1}^{12} t_i^2 = 650, \sum_{i=1}^{12} (y_i - \bar{y})^2 = 142,$

$$\sum_{i=1}^{12} y_i t_i = 433.$$

1) Calculez la tendance linéaire ( $f_t = at + b$ ) par la méthode des moindres carrés et déterminez la qualité de l'ajustement trouvé, qu'en pensez-vous ?

2) A l'aide du modèle précédent:

- a) estimez les ventes de maillots au quatrième trimestre de l'année 3,
- b) prévoyez les ventes de maillots au troisième trimestre de l'année 4

3) Les coefficients saisonniers étant:  $S_1 = -4,222 ; S_2 = 0,477 ; S_3 = 4,176 ; S_4 = -0,458$ .

A l'aide du modèle additif:

- a) estimez les ventes de maillots au quatrième trimestre de l'année 3,
- b) prévoyez les ventes de maillots au troisième trimestre de l'année 4