

**UNIVERSITÉ PARIS X NANTERRE**  
**LICENCE SCIENCES ECONOMIQUES PREMIÈRE ANNÉE**  
**EXAMEN de MATHÉMATIQUES**

Durée : 2 Heures.

Mardi 19 juin 2007

**Exercice 1.** On considère l'application de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  suivante

$$f(x, y) = \frac{(x + y)^2}{x^2 + y^2}$$

- (a) Déterminer son domaine de définition  $D_f$ .
- (b) Déterminer la ligne de niveau 1 et la représenter graphiquement.
- (c) Montrer que  $f$  est homogène et préciser son degré d'homogénéité.
- (d) Calculer, pour  $(x, y) \in D_f$ , la quantité  $x \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + y \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ .

**Exercice 2.** On considère l'application de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  suivante

$$f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

- (a) Déterminer son domaine de définition  $D_f$ .
- (b) Discuter l'existence et la nature des points stationnaires.

**Exercice 3.** Résoudre au sens des moindres carrés le système suivant

$$\begin{cases} x - y + z = -1 \\ x + y - z = 1 \\ -x + y - z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

**Exercice 4.** Soit le plan  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$ .

- (a) Donner une base de  $E$ .
- (b) Ecrire la matrice  $P$  de projection orthogonale sur le plan  $E$ .
- (c) Calculer  $P^2$ .
- (d) Déterminer l'équation de la droite  $D$  orthogonale au plan  $E$ .
- (e) Soit  $U = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Montrer que  $U$  se trouve sur la droite  $D$ .
- (f) Déterminer le vecteur  $W$  projection orthogonale de  $U$  sur le plan  $E$ .