



UNIVERSITE PARIS X NANTERRE

Année universitaire 2007/2008

U.F.R. S.E.G.M.I.

Master 1

Macroéconomie

Françoise Larbre

THÉORIES DE LA CROISSANCE

Épreuve du lundi 4 février 2008

1. [10 points] Traiter, au choix, l'une des questions suivantes :

A. Impact du système de retraite sur le processus de croissance. Vous développerez vos arguments à l'aide d'un modèle à générations imbriquées en indiquant soigneusement vos notations.

B. Accumulation optimale et préférence pour le présent.

suite au verso ...

2. [10 points] Considérons une économie dont le produit à l'instant t , $Y(t)$, est obtenu selon la technologie suivante :

$$Y(t) = K(t)^\alpha [H(t) L(t)]^{1-\alpha}$$

avec $H(t) = K(t)^\beta$ et $0 < \alpha < 1$ $\beta > 0$

On a

$$\begin{aligned} \dot{K}(t) &= sY(t) && \text{avec } 0 < s < 1 \\ \dot{L}(t) &= nL(t) && \text{avec } n > 0 \end{aligned}$$

$L(t)$ et $K(t)$ sont respectivement la population active et le capital physique à l'instant t . \dot{x} désigne la dérivée de x par rapport au temps.

2.1. Commentez l'expression de la fonction de production (interprétation de $H(t)$, de $H(t) L(t)$, nature des rendements, ...).

2.2. Quelle(s) hypothèse(s) supplémentaire(s) proposeriez-vous pour assurer le plein-emploi dans cette économie ?

2.3. Soit $g_{K(t)}$ le taux de variation du stock de capital ; donnez son expression.

2.4. Existe-t-il une solution stable de croissance à taux constant ? Pour répondre à cette question :

- Exprimez $\dot{g}_{K(t)}$
- Étudiez $\dot{g}_{K(t)}$ en fonction de $g_{K(t)}$ en distinguant les trois cas $\beta > 1$, $\beta < 1$ et $\beta = 1$.
- Dans chaque cas, représentez $\dot{g}_{K(t)}$ en fonction de $g_{K(t)}$ et mettez en évidence le caractère stable ou instable des solutions.
- Qu'advient-il de l'économie dans chacun des cas ? Commentez.

2.5. Supposons que $\beta = 1$ et $n = 0$. Qu'en est-il alors de la productivité marginale du facteur accumule ? Quel modèle reconnaissez-vous ? Comment l'économie évolue-telle ?

Éléments de corrigé du point 2

2.1. $H(t)$ pondère la quantité de travail $L(t)$. $H(t)$ dépend du niveau du stock de capital. Cette représentation suppose donc que l'efficacité du travail est d'autant plus élevée que le stock de capital est important. On retrouve l'idée d'un lien entre capital et niveau des connaissances et des aptitudes.

$[H(t)L(t)] =$ travail efficace

La fonction de production est homogène de degré un (à rendements d'échelle constants) par rapport au capital ($K(t)$) et au travail efficace ($[H(t)L(t)]$) mais la croissance de ce dernier en fonction du stock de capital engendre des rendements croissants.

2.2. La substituabilité technique des facteurs de production étant assurée, il faut de surcroît permettre la substituabilité économique, c'est-à-dire l'adaptation de la rémunération des facteurs en fonction de leur productivité marginale.

2.3. $\dot{K}(t) = sY(t)$ et $\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = sK(t)^{\alpha-1+\beta(1-\alpha)}L(t)^{1-\alpha}$

il vient donc

$$g_{K(t)} = sK(t)^{(1-\alpha)(\beta-1)}L(t)^{1-\alpha}$$

2.4. $\frac{\dot{g}_{K(t)}}{g_{K(t)}} = (1-\alpha)(1-\beta)\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + \frac{\dot{L}(t)}{L(t)}$ soit

$$\frac{\dot{g}_{K(t)}}{g_{K(t)}} = (1-\alpha)[(\beta-1)g_{K(t)} + n]$$

ou bien

$$\dot{g}_{K(t)} = (1-\alpha)[(\beta-1)g_{K(t)} + n]g_{K(t)}$$

et

$$\frac{d\dot{g}_{K(t)}}{dg_{K(t)}} = (1-\alpha)[2(\beta-1)g_{K(t)} + n]$$

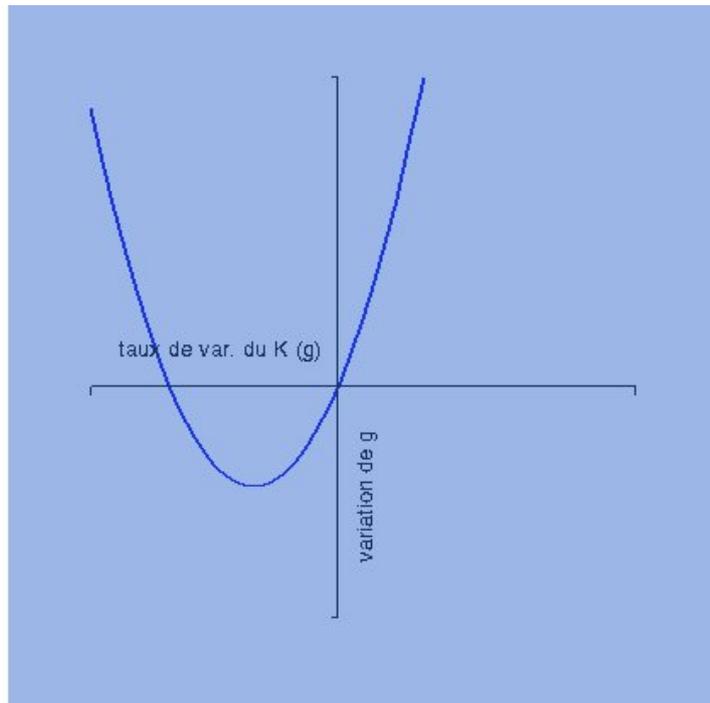
cf. graphiques pages 4 et 5

2.5. $\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = [(\beta(1-\alpha) + \alpha)K(t)^{[(\beta(1-\alpha)+\alpha)-1]}L(t)^{1-\alpha}$

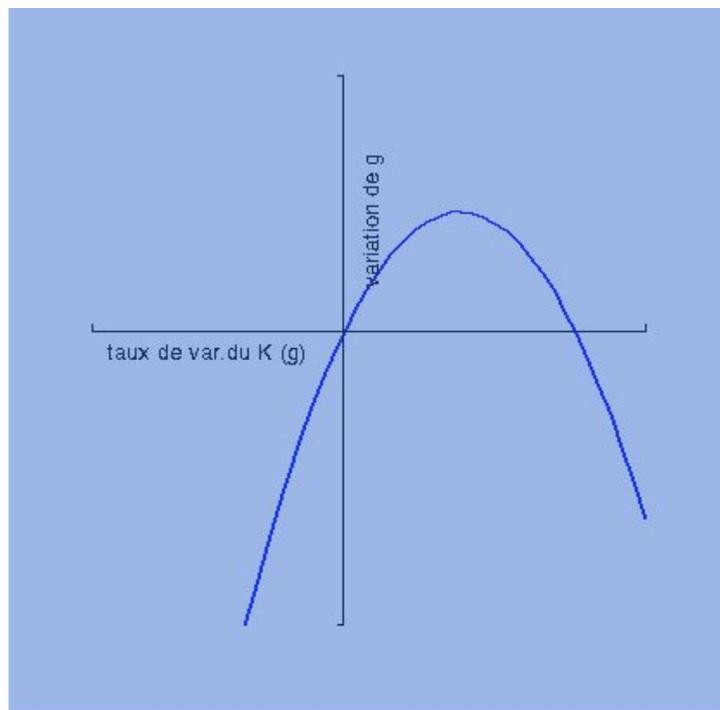
L'exposant est positif si $\beta > 1$, négatif si $\beta < 1$ et nul si $\beta = 1$.

Si l'on suppose $\beta = 1$ et de plus $n = 0$, alors la productivité marginale du capital sera constante.

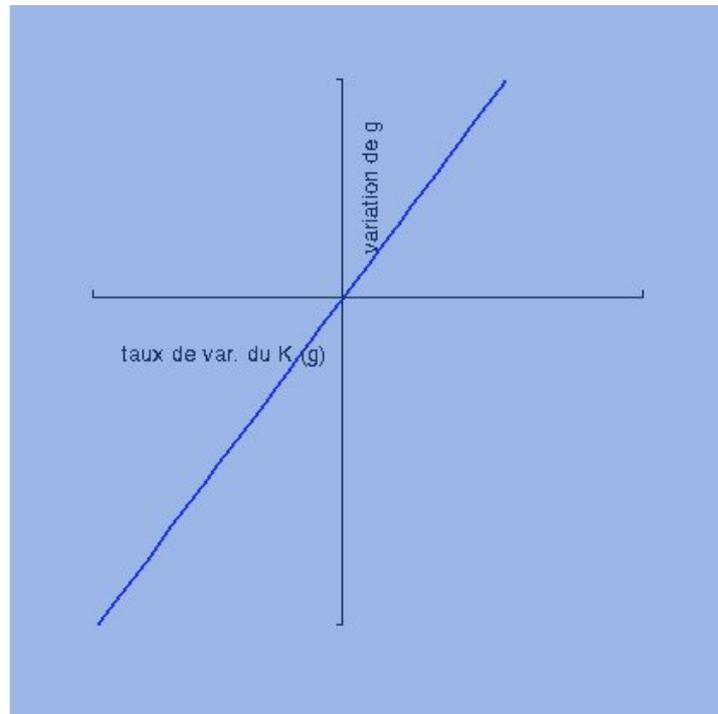
On retrouve un modèle du type AK . L'économie croît à taux constant.



$\beta > 1$, dès qu'il y a investissement, l'économie croît à taux croissant.



$\beta < 1$, dès qu'il y a investissement, l'économie tend vers un régime de croissance équilibrée à taux constant.



beta=1, dès qu'il y a investissement, l'économie croît à taux croissant.