



Année universitaire 2008/2009  
U.F.R. S.E.G.M.I.  
Master 1  
Macroéconomie  
Françoise Larbre

## THÉORIES DE LA CROISSANCE

2 février - Durée 2 heures - Toute sortie est définitive

Documents et calculatrices non autorisés

### A. Traitez au choix l'un des sujets suivants

**A.1.** Importance respective des hypothèses relatives à la technique de production et à la fonction d'utilité dans les différentes analyses de la croissance.

**A.2.** Dynamique démographique et système de retraite

**A.3.** Pour une période  $t$ , soit  $B_t$  le montant de la dette publique,  $Y_t$ ,  $G_t$  et  $T_t$  respectivement les flux de produit, de dépenses publiques et de recettes fiscales.  
On note  $r$  le taux d'intérêt (supposé constant).

1) Avantages et inconvénients de la dépense publique pour la croissance

2) On a la relation suivante

$$B_t = (1 + r)B_{t-1} + G_t - T_t$$

Mettre en évidence les conditions propices à la diminution du ratio d'endettement  $\frac{B_t}{Y_t}$  ?

... / ...

## B. Un modèle avec capital humain

Considérons une économie en concurrence parfaite qui à l'instant  $t$  dispose d'un stock de capital physique  $K(t)$  et d'une quantité  $H(t)$  de travail qualifié. La technique de production est représentée par

$$Y(t) = K(t)^\alpha [A(t) H(t)]^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1$$

où  $Y(t)$  est le produit net.

$A(t)$  croît au taux  $g$ ,  $A(t) = e^{gt} A(0)$ ,  $A(0) > 0$ .

1. Que représente  $A(t)$  ?

Les individus consacrent du temps à l'amélioration leur qualification ; une fraction  $u$  (constante et exogène) de leur temps est réservée pour la formation ( $1 - u$  est la fraction restant pour l'activité de production).  $L$ , le travail disponible avant formation croît au taux  $n$ .  $H$  et  $L$  sont liés de la façon suivante :

$$H(t) = e^{\phi u} L(t) \quad \text{avec} \quad \phi > 0$$

2. Commentez cette représentation ; que signifie le cas particulier  $u = 0$  ?

Calculez  $\frac{dH(t)}{du}$  et donnez une interprétation de  $\phi$ .

Une part constante  $s$  du produit est épargnée et intégralement investie.

L'équation d'accumulation du capital est donc

$$\dot{K}(t) = sY(t)$$

En note  $y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)}$ ,  $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$  et  $h(t) = \frac{H(t)}{L(t)}$ . On a donc  $y(t) = k(t)^\alpha [A(t) h(t)]^{1-\alpha}$

3. Que remarquez-vous pour  $h(t)$  ?

On note  $z$  et  $x$  les variables par «unité de travail efficace».

On a  $z(t) = \frac{y(t)}{A(t)h(t)}$  et  $x(t) = \frac{k(t)}{A(t)h(t)}$ .

4. Vérifiez la relation  $z(t) = x(t)^\alpha$ .

5. Exprimer  $\frac{\dot{x}(t)}{x(t)}$  et montrer que  $\dot{x}(t) = s z(t) - (n + g) x(t)$

6. Caractériser le régime permanent de l'économie ( $\dot{x}(t) = 0$ ).

Vous donnerez les expressions de  $x$  et de  $z$  correspondantes et vous les noterez  $x^*$  et  $z^*$ .

7. Montrez que la production par tête correspondante peut s'écrire sous la forme  $y(t)^* = C e^{gt}$  où  $C = A(0)h z^*$ . Commentez.

8. Quelle explication le résultat précédent donne-t-il des différences de richesse entre les pays ?

9. On note  $\hat{y} = \frac{y}{y_{US}}$  le revenu par tête d'un pays relativement à celui des États-Unis d'Amérique. De la même manière, on note  $\hat{A} = \frac{A}{A_{US}}$ .

$\hat{y}^*$  désigne la valeur de régime permanent de  $\hat{y}$  prédite par le modèle précédent. Le tableau ci-dessous donne les valeurs en 1990 de ces variables pour quelques pays :

	$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	$s$	$u$	$n$	$\hat{A}$
USA	1,00	1,00	0,21	11,8	0,009	1,00
Allemagne	0,80	0,83	0,245	8,5	0,003	1,02
Japon	0,61	0,71	0,338	8,5	0,006	0,76
France	0,82	0,85	0,252	6,5	0,005	1,28
Inde	0,09	0,10	0,144	3,0	0,021	0,61
Zimbabwe	0,07	0,06	0,131	2,6	0,034	0,30
Ouganda	0,03	0,02	0,018	1,9	0,024	0,20
Hong Kong	0,62	0,77	0,195	7,5	0,012	1,25
Taiwan	0,50	0,64	0,237	7,0	0,013	0,99
Corée du Sud	0,43	0,59	0,299	7,8	0,012	0,74

Source : *Introduction to Economic Growth*, Charles I. Jones, Norton, 1998

$s$  et  $n$  sont les moyennes des taux d'investissement et de croissance de la population sur la période 1980-1990 et  $u$  est mesuré par la moyenne des années de scolarité en 1985.

Ce tableau vous paraît-il compatible avec le modèle que vous venez d'étudier et avec l'explication, proposée à la question précédente, de la différence de richesse entre les pays ? Que pensez-vous de la corrélation entre  $\hat{y}$  et  $\hat{A}$  ?

## Éléments de corrigé

**A.1.** Technique de production est déterminante pour définir le régime permanent alors que peu importe la fonction d'utilité pour cela. En revanche la trajectoire suivie par l'économie dépend la fonction d'utilité ; de la forme de la fonction d'utilité dépend le lien entre l'épargne et son taux de rémunération.

**A.2.** Pour répondre à cette question, il est commode d'utiliser le cadre d'un modèle à générations imbriquées. Fixons quelques hypothèses ... et l'on montre comment un système de retraite par capitalisation ajoute aux inégalités de salaire entre générations les inégalités de retraite.

Au contraire un système de retraite par répartition assure un transfert entre générations et permet de compenser l'inégalité salariale.

**A.3.** 1) La dépense publique n'est pas neutre pour la rentabilité du capital privé. La mise en place et l'entretien d'infrastructures permet la valorisation des investissements privés. Le soutien à la recherche ...

Mais qui dit dépense publique, dit également financement de la dépense, par impôt ou emprunt et éviction possible de l'investissement par ponction des possibilités de financement.

À nouveau l'utilisation d'un modèle à générations imbriquées permet de souligner :

- l'importance de la structure de la fiscalité
- les conditions de financement de la dette publique
- l'impact sur le sentier de croissance

2) L'équation fournie traduit simplement que la variation de la dette est la somme de la charge de la dette et du solde budgétaire.

Il est aisé de montrer qu'une stabilisation ou une diminution du ratio d'endettement dépend du rythme de croissance de l'économie, de sa capacité à maîtriser le déficit budgétaire et de l'évolution du taux d'intérêt (supposé constant ici)

(Pour ces trois points cf. cours pour plus de détails)

## B. Un modèle avec capital humain

1. Progrès technique, ici neutre au sens de Harrod

$$2. \frac{dH(t)}{du} = \phi e^{\phi u} L(t) = \phi H(t)$$

$\phi$  est donc le taux de variation de  $H$  consécutif à une petite variation de  $u$ .

3.  $h(t)$  est constant, nous poserons  $h(t) = h \quad \forall t$ .

$$4. y(t) = \frac{K(t)^\alpha}{L(t)} [A(t)e^{\phi u} L(t)]^{1-\alpha} = \frac{K(t)^\alpha}{L(t)L(t)^{1-\alpha}} [A(t)e^{\phi u} L(t)]^{1-\alpha} = k(t)^\alpha [A(t)h(t)]^{1-\alpha}$$

$$\text{d'où } z(t) = k(t)^\alpha [A(t)h(t)]^{-\alpha} = x(t)^\alpha$$

$$5. \frac{\dot{x}(t)}{x(t)} = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} - \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} \text{ et sans difficulté il vient } \dot{x}(t) = sz(t) - (n+g)x(t)$$

$$6. \dot{x}(t) = 0 \Leftrightarrow sz(t) = (n+g)x(t) \text{ avec } z(t) = x(t)^\alpha; x^* = \left(\frac{s}{n+g}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \text{ et } z^* = \left(\frac{s}{n+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$7. y(t)^* = A(t)h(t)z^* = e^{gt}A(0)hz^* = Ce^{gt} \text{ avec } C = A(0)hz^*$$

8. Les pays les plus riches sont ceux dont les taux d'investissement sont les plus élevés, dont les individus consacrent le plus de temps à l'éducation, dont le niveau de technique est élevé et dont la croissance démographique est faible.

9.  $\hat{y}$  et  $\hat{y}^*$  sont proches, ce qui révèle la compatibilité du modèle et des données. Conformément à l'explication de la question 8, les valeurs de  $s$ ,  $u$  et  $n$  permettent de différencier les pays pauvres et les pays riches. Ceci est moins vrai pour les valeurs de  $\hat{A}$ . En effet,  $\hat{A}$  est en fait un résidu qui incorpore tous les effets qui ne tiennent pas seulement à la quantité des facteurs de production ; en particulier on y retrouve par exemple les effets liés à la qualité du système éducatif (qui ne se réduit pas au nombre d'années de scolarité).