
Examen de statistiques du 27 janvier 2011

Exercice 1

La législation sur l'eau courante exige que le taux d'une certaine substance nocive ne dépasse pas 1,3 mg/l. Des vérifications régulières sont effectuées par prélèvements, avec mesure du taux X . Les observations précédentes permettent de penser que les taux observés suivent une loi normale de moyenne m et de variance σ^2 .

- 1) L'organisme distributeur a mis en œuvre une technologie assurant un taux qui varie autour d'une moyenne de 1,20 mg/l avec un écart-type de 0,10 mg/l.

A- Calculer la probabilité qu'il soit en infraction.

B- Dans quelles limites s'attend-on à voir varier le taux **moyen** observé sur un échantillon de 25 prélèvements avec une probabilité de 0,95.

- 2) L'échantillon observé donne $\sum_{i=1}^{25} x_i = 31,5$ et $\sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 40,22$.

A- Indiquer les estimateurs sans biais de la moyenne et la variance en énonçant la définition d'un estimateur sans biais.

B- Donner une estimation sans biais de la moyenne et la variance sur cet échantillon.

C- On désire tester la valeur de m à partir de cet échantillon de 25 prélèvements au risque 5%.

$$H_0 : m = 1,2$$

$$H_1 : m = 1,3$$

- (a) Quelle est l'interprétation des risques de première et de deuxième espèce dans ce contexte?
- (b) Qui a intérêt de poser le test de cette façon: le législateur ou l'organisme distributeur? (Justifier la réponse).
- (c) Déterminer la règle de décision. Que décide-t-on?
- (d) Calculer le risque de deuxième espèce. En déduire la puissance du test.

D- Refaire la question C-(c) précédente en supposant σ^2 inconnue.

E- Tester à partir de cet échantillon de 25 prélèvements au risque 5%.

$$H_0 : \sigma^2 = 0,1^2$$

$$H_1 : \sigma^2 > 0,1^2$$

Exercice 2

Au début de l'été dernier, une chaîne de radio annonçait le résultat d'un sondage effectué sur n individus suite à la flambée des prix du baril de pétrole: 20% des personnes interrogées se déclaraient décidées à modifier leurs habitudes de transport (plus souvent: prendre les transports en commun, covoiturage,...).

Soit p la proportion de personnes décidées à modifier leurs habitudes de transport.

Selon que le pourcentage indiqué au début (20%) était observé sur un échantillon de taille $n = 25$ ou $n = 100$, dire si on peut déduire un intervalle de confiance pour p en justifiant votre réponse. Si oui, le déterminer au niveau de confiance de 90% en détaillant les étapes du calcul.

Exercice 3

Pour chaque individu interrogé dans cette étude, on a relevé le nombre d'années de scolarité et l'attitude face à l'avortement.

attitude face à l'avortement nombre d'années de scolarité	pour	indifférent	contre
inférieur à 8 ans	31	23	56
entre 8 et 12 ans	171	89	177
supérieur à 12 ans	116	39	74

- 1) Peut-on au risque 10% accepter une liaison entre le nombre d'années de scolarité et l'attitude face à l'avortement?
- 2) *Question bonus* On s'intéresse maintenant aux individus dont la durée de scolarité est inférieure à 8 ans. Peut-on au risque 10% accepter l'hypothèse que le rejet de l'avortement est majoritaire chez ces individus?