Université Paris Paris Ouest Nanterre La Défense — Année 2009/2010
Licence de gestion apprentissage — **Statistiques**
Durée: 2h — Examen du 29 janvier 2010
Le formulaire et les calculatrices sont autorisés. Tout autre document est interdit.

Exercice 1

On s'intéresse au diamètre de pièces circulaires fabriquées par une machine. Du fait des imperfections de la machine, le diamètre correspond à la réalisation d'une variable aléatoire de moyenne $m = 30$ et de variance $\sigma^2 = 36$.
Le fabricant souhaite vérifier que le diamètre de ces pièces est bien de taille 30. Il réalise alors un n-échantillon $(X_1, ..., X_n)$.

1- Calculer l'espérance et la variance de la moyenne empirique $\bar{X}_n$.
2- Déterminer suivant la taille de l'échantillon la loi de $\bar{X}_n$.
3 - Calculer la probabilité en tirant au hasard un échantillon de taille 49, d'observer une moyenne d'échantillon de taille inférieure à 28.
4 - Déterminer l'intervalle à risques symétriques dans lequel se trouve - avec la probabilté 0,9 - le diamètre moyen de 100 pièces.

Exercice 2

On soumet 15 individus à un test et pour chaque individu, on mesure la variable X, temps nécessaire pour reproduire une figure. On suppose que la variable X suit une loi normale $N(m, \sigma^2)$. Voici les valeurs observées (en secondes):

450 190 505 550 468 366 374 451 239 356 528 420 269 430 418

On donne $\sum_{i=1}^{15} x_i = 6014$ et $\sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 2563408$.

1) Donner une estimation sans biais de la moyenne m puis de la variance σ^2.

2) Déterminer l'intervalle de confiance pour m au niveau de confiance $0,95$ en justifiant les différentes étapes de sa construction.

Exercice 3

Un fournisseur produit des petits articles qu'il livre en gros aux entreprises. Le taux de défectueux dans la production est noté p. Chaque entreprise a un taux maximum qui lui est propre (certaines sont moins exigeantes que d'autres). L'entreprise E exige un taux de défectueux inférieur à 0,10. Le fournisseur ne pratique pas de tri avant livraison mais surveille sa chaîne de production. Son objectif qualité est p= 0,05.

A. Le fournisseur surveille la production du jour avec un échantillon de taille n=100 et le test T : H_0 : p = 0,05 contre H_1 : p = 0,10
1- Donner la définition et le sens clair des 2 risques α et β du fournisseur (conséquences comprises).
2- Quelle variable utilise-t'on pour construire ce test ? Quelle loi suit-elle sous l'hypothèse H0? Justifier.
3- Déterminer la région critique pour un risque $\alpha = 10\%$. Enoncer clairement la règle de décision. A quelle conclusion conduit un échantillon contenant 7 défectueux ?
4- Calculer le risque de seconde espèce β . En déduire la puissance du test et énoncer sa signification pour le fournisseur.

B. L'entreprise E vérifie la qualité de la livraison qui lui est faite en prélevant son propre échantillon de 100 pièces : elle vous demande de construire le test T' : $H_0 : p = 0,10$ contre $H_1 : p < 0,10$
1- Déterminer la région critique pour le risque $\alpha = 10\%$ et énoncer la règle de décision.
2- Ayant aussi trouvé 7 défectueux dans son échantillon, l'entreprise acceptera-t-elle la livraison ? Enoncer les significations des risques α et β pour l'entreprise E.

C. Comparer les conclusions du fournisseur et de l'entreprise E sur un même échantillon; Y a-t-il des situations de litige ?

Exercice 4

On cherche à savoir si l'expostion répétée à un stimulus modifie l'évaluation de ce stimulus. Pour cela, on sélectionne trois couleurs A, B, C. On sait que dans la population générale, si l'on demande à des sujets de choisir leur couleur préférée parmi les trois, la distribution des réponses est uniforme.
On expose un échantillon de personnes à la couleur A pendant 10 minutes. Cela est répété 5 fois. On demande ensuite aux sujets de donner la couleur qu'ils préfèrent. On trouve :

Couleur	A	B	C
Effectif	46	31	37

Peut-on au risque 5%, conclure à un effet de l'exposition répétée? (Préciser le test utilisé, les hypothèses, la statistique de test, la loi sous H_0, la règle de décision)