Année universitaire 2006/2007
U.F.R. S.E.G.M.I.
Master 1
Macroéconomie
Françoise Larbre

THÉORIES DE LA CROISSANCE

Épreuve du vendredi 14 septembre 2007

1. [10 points] Préférence des agents pour le présent et accumulation du capital.

2. [10 points] Vous étudierez successivement deux représentations de l'économie :
– l'une suppose la technique $Y(t) = A\,K(t)\,,\ A > 0$
– et l'autre la technique $Y(t) = A\,K(t) + B\,K(t)^{\alpha}\,L(t)^{1-\alpha}\,,\ A > 0\,,\ B > 0$ et $0 < \alpha < 1\,.$
Dans les deux cas :

$$\dot{K}(t) = s\,Y(t)$$
$$\dot{L}(t) = n\,L(t)$$
$$Y(t) = C(t) + \dot{K}(t)$$

Y, L, K, C sont respectivement le produit net, la population active, un facteur de production accumulable et la consommation.
A et B sont des constantes positives. n et s sont des paramètres positifs et inférieurs à un. De plus des valeurs plausibles des paramètres imposent $s\,A > n$.

On notera $y(t) = \dfrac{Y(t)}{L(t)}$, $c(t) = \dfrac{C(t)}{L(t)}$ et $k(t) = \dfrac{K(t)}{L(t)}$. Comme il est d'usage, $\dot{x}$ désigne la dérivée de x par rapport au temps.

2.1. Pour chaque représentation, précisez les propriétés de la fonction de production et commentez.

2.2. Dans chaque cas, caractérisez l'évolution de long terme de l'économie :

- exprimez les taux de variation des variables par tête (capital, produit et consommation)
- donnez une représentation graphique l'évolution de l'intensité capitalistique.
- montrez que le taux de croissance du produit $Y(t)$ est indépendant de n, ou le devient dans le long terme

2.3. Quels enseignements peut-on tirer sur la possibilité de convergence d'économies initialement différemment dotées en facteurs de production ? (comparez avec les enseignements du modèle de Solow).

Éléments de corrigé pour le point 2 (le point 1 a été traité en détail dans le cours)

Pour la première économie :
2.1. La production est obtenue à l'aide du seul facteur accumulable, dont on peut penser alors qu'il est un facteur composite (agrégat de capital physique et de capital humain). Tous les facteurs de production sont reproductibles et traités comme du capital. C'est admettre que seuls les facteurs accumulables sont importants pour la croissance.
La productivité marginale du capital est constante et égale à A. La fonction de production ne satisfait donc pas toutes les conditions requises dans le modèle de Solow.
2.2. Expression du produit par tête : $y(t) = A\,k(t)$
L'évolution de k est donnée par : $\dot{k}(t) = s\,y(t) - n\,k(t)$
Il vient

$$\dot{k}(t) = s\,A\,k(t) - n\,k(t) \quad \text{et} \quad \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = s\,A - n = cte$$

Les variables $y(t)$ et $k(t)$ étant liées par la relation $y(t) = A\,k(t)$, elles ont le même taux de variation. Pour le taux de variation du produit global, on a $\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{y}(t)}{y(t)} - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = s\,A$
Le capital $K(t)$ et le produit $Y(t)$ croissent tous deux au taux $s\,A$ (ne dépendant pas de n).
Ce modèle met en évidence les déterminants de la croissance que sont l'épargne et la rentabilité des facteurs de production accumulables.

Pour la deuxième économie :
2.1. Deux types de facteurs contribuent à la production : K, un facteur accumulable (ou reproductible) et L un facteur non accumulable dont l'évolution dépend du paramètre n. Le facteur accumulable est essentiel (en son absence, pas de production), ce qui n'est pas le cas du facteur non accumulable. On remarque que la productivité marginale de K est bornée $\left(\underrightarrow{\lim}_{K(t)\to\infty} \frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = A\right)$. Là encore, la fonction ne satisfait pas toutes les conditions requises dans le modèle de Solow.
2.2 Expression du produit par tête : $y(t) = A\,k(t) + B\,k(t)^{\alpha}$
Il vient

$$\dot{k}(t) = s\,[A\,k(t) - B\,k(t)^{\alpha}] - n\,k(t)$$

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = s\,(A + B\,k(t)^{\alpha-1}) - n \to s\,A - n \quad \text{quand} \quad k(t) \to \infty$$

On montre (cf. cours) que $\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} \to \frac{\dot{k}(t)}{k(t)}$ et que $\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} \to s\,A$ quand $k(t)$ tend vers l'infini.

Pour les deux économies :
2.3. Pour les deux représentations, l'épargne est, tout comme dans le modèle de Solow, déterminée de manière exogène. Elle ne découle pas d'un comportement d'optimisation intertemporelle. L'épargne est intégralement investie. La productivité marginale du capital vaut A ou tend vers A.
$y(t)$ et $k(t)$ croissent au même taux de même que la consommation par unité de travail.
Dans le modèle de Solow, le taux d'épargne n'avait d'influence que sur le niveau des variables, pas sur leur taux de croissance.
Dans le modèle de Solow, la productivité marginale du facteur accumulable tend vers zéro. Il n'est alors plus rentable d'investir puisque la rémunération du capital devient asymptotiquement nulle.
Dans les deux modèles proposés l'incitation à investir est restaurée.
Des économies ayant un même taux d'épargne et une même technologie auront des taux de croissance identiques mais si leur stock de capital initial est différent elles tendront vers des niveaux de produit par tête différents.
Un pays initialement peu doté en capital ne rattrape pas le niveau de revenu d'un pays riche à moins que ce dernier n'ait un accident de parcours.