

Eléments de correction de l'Epreuve de septembre de statistiques descriptives

Durée de l'épreuve : 2 h

Statistiques descriptives Eléments de correction de l'Epreuve de septembre de statistiques descriptives 2005-2006 1

Exercice 1.

- (1) Dessiner l'histogramme de X .

salaire annuel (ke)	effectif n_i	amplitude A_i	hauteur h_i
[10,20[20	10	2
[20,30[60	10	6
[30,50[50	20	2.5
[50,60[40	10	4
[60,90[30	30	1

- (2) Calculer le salaire médian.

salaire annuel (ke)	effectif n_i	fréquence f_i	fréquence cumulée F_i
[10,20[20	0.1	0.1
[20,30[60	0.3	0.4
[30,50[50	0.25	0.65
[50,60[40	0.2	0.85
[60,90[30	0.15	1

L'intervalle médian est donc [30,50[et la médiane est: $Mé = 30 + (50 - 30) \frac{0.5 - 0.4}{0.65 - 0.4} = 38$.

- (3) Calculer le salaire moyen.

salaire annuel (ke)	effectif n_i	fréquence f_i	centre de classe x_i	$x_i f_i$
[10,20[20	0.1	15	1.5
[20,30[60	0.3	25	7.5
[30,50[50	0.25	40	10
[50,60[40	0.2	55	11
[60,90[30	0.15	75	11.25
		1		41.25

La moyenne est: $\bar{x}_n = 41.25$

- (4) Calculer un coefficient qui permet de conclure sur la forme de la distribution de X .

Le coefficient d'asymétrie de Yule: $s = \frac{(q_{0,75} - Mé) - (Mé - q_{0,25})}{(q_{0,75} - Mé) + (Mé - q_{0,25})}$ avec $q_{0,75} = 50 + (60 - 50) \frac{0.75 - 0.65}{0.85 - 0.65} = 55$ et $q_{0,25} = 20 + (30 - 20) \frac{0.25 - 0.1}{0.4 - 0.1} = 25$ donc $s = 0.133 > 0$ et la courbe est oblique à gauche.

Exercice 2.

- (1) Durant cinq ans, un consommateur a consacré la même dépense pour l'achat de cigarettes aux prix successifs de: 4 euros le paquet de cigarettes la première année, 4,20 euros la deuxième année, 4,40 euros la troisième année, 4,60 euros le paquet la quatrième année, 5 euros le paquet la cinquième année. Quel est le prix moyen du paquet de cigarettes que ce consommateur a subi?

$$D = n_1 = \dots = n_5 = \text{dépense du consommateur, } x_i = \text{prix du paquet, } \frac{1}{H} = \frac{1}{5D} \left(\frac{D}{4} + \frac{D}{4,20} + \frac{D}{4,40} + \frac{D}{4,60} + \frac{D}{5} \right) = 4.414.$$

- (2) Durant ces mêmes cinq années, un autre consommateur a acheté un nombre identique de paquets de cigarettes, année par année au prix ci-dessus. Quel est le prix moyen du paquet de cigarettes que ce consommateur a subi?

$$Q = \text{nombre de paquets, } \bar{x} = \frac{Q * 4 + Q * 4.2 + Q * 4.4 + Q * 4.6 + Q * 5}{5Q} = 4.44.$$

Exercice 3.

Les ventes annuelles d'un ouvrage en librairie ont augmenté successivement de 2%, 20% et 28% en 3 ans. Quel est le taux d'accroissement : 1/ global : 2/ moyen annuel?

- (1) Taux d'accroissement global :

$$V_3 = (1,02)(1,20)(1,28)V_0 = 1.5667 \text{ et donc : } g = \frac{V_3}{V_0} - 1 = 0.5667.$$

- (2) Taux d'accroissement annuel moyen :

$$\left(\frac{V_3}{V_0} \right)^{1/3} - 1 = 0.1614.$$

Exercice 4.

- (1) Calculer l'indice de Laspeyres des prix de 2003 en base 2002.

$$L_{2003/2002}^p = 100 \frac{50 * 20 + 40 * 8 + 20 * 3}{50 * 15 + 5 * 40 + 2 * 20} = 139.4$$

- (2) Calculer l'indice de Paasche des quantités de 2004 en base 2002.

$$P_{2004/2002}^q = 100 \frac{25 * 58 + 10 * 30 + 4 * 28}{25 * 50 + 10 * 40 + 4 * 20} = 107.63$$

- (3) En déduire l'indice de Laspeyres des quantités de 2002 en base 2004.

$$L_{2002/2004}^q = 10^4 \frac{1}{P_{2004/2002}^q} = 92.91$$

Exercice 5.

- (1) Construire le nuage de points (X,Y) .
- (2) Calculer les coordonnées du point moyen du nuage.

$$(\bar{x}, \bar{y}) = (19.4, 175.9)$$

- (3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire. Un ajustement linéaire est-il justifié?

$$\frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{3650.6 - (19.4 * 175.9)}{\sqrt{32.27} \sqrt{2223.878}} = 0.89. \text{ L'ajustement linéaire est justifié.}$$

- (4) Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.

$$\hat{y} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X^2} x + \bar{y} - \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X^2} \bar{x} = 8.2x + 16.81$$

- (5) Une entreprise a réalisé un chiffre d'affaires de 15 ME. En utilisant les résultats de la question 4, à combien peut-on estimer, par le calcul, le nombre de salariés?

$$\hat{y} = 8.2 * 15 + 16.81 = 139.81$$