

UNIVERSITÉ PARIS X NANTERRE
LICENCE SCIENCES ÉCONOMIQUES et GESTION PREMIÈRE ANNÉE
CONTRÔLE de MATHÉMATIQUES

Durée : 2 Heures.

Jeudi 10 avril 2008

Les calculatrices sont interdites.

Exercice 1. Soient les vecteurs $u_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $u_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$, $u_3 = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix}$, $u_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$,
et l'ensemble $E = Vect(u_1, u_2, u_3)$.

- a - Montrer, sans calcul, que ces vecteurs sont liés.
- b - Exprimer u_3 en fonction de u_1 et u_2 .
- c - Quelle est la dimension de E ?
- d - Donner l'équation de E .
- e - Montrer que $u_4 \notin E$. En déduire que u_1, u_2, u_4 forment une base de \mathbb{R}^3 .
- f - Quelles sont les bases de \mathbb{R}^3 formées de vecteurs de la famille (u_1, u_2, u_3, u_4) ?

Exercice 2. Soient la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 6 & 9 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ et le vecteur $Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- a - Montrer que les colonnes A_1, A_2, A_3 de A forment une base de \mathbb{R}^3 .
- b - Calculer AY . En déduire A^2Y puis $A^{-1}Y$.
- c - Résoudre, sans calcul, l'équation $AX = Y$.
- d - Inverser A par la méthode de la matrice témoin.
- e - Soit $B = A - I_3$. Calculer BY . B est-elle inversible ?

Exercice 3. Soit le système :

$$\begin{cases} 2x - y + 8z = 0 & (L_1) \\ 2x + 6y - 6z = 0 & (L_2) \\ x + 2y - z = 0 & (L_3) \end{cases}$$

- a - Mettre le système sous la forme matricielle $AX = 0$.
- b - Résoudre ce système par la méthode du pivot de Gauss en explicitant les transformations faites sur les lignes L_1, L_2, L_3 .

Exercice 4. Soient les sous-espaces vectoriels :

$$F = \{(a, 2b, b - a) \in \mathbb{R}^3 / a, b \in \mathbb{R}\} \quad \text{et} \quad G = \{(c, c + d, d) \in \mathbb{R}^3 / c, d \in \mathbb{R}\}.$$

- a - Donner une base et l'équation de chacun d'eux.
- b - Déterminer une base de $F \cap G$.