

# Simulation de Monte-Carlo

Thierry Fouque

*Cas inspiré de "Spreadsheet Modeling & Decision Analysis", Cliff T. Ragsdale.*

Pour l'ensemble des analyses, vous utiliserez

$n = 5\,000$  répliques

en fixant une valeur initiale (Seed)  $z_0=999$

et une génération des nombres aléatoires par hypercube latin.

Sarah Hinsberg vient d'être embauchée comme analyste dans le département de planification d'une chaîne de restaurants. Sa première mission est de déterminer le montant que la société doit « provisionner » l'année prochaine pour faire face aux remboursements d'assurance maladie de ses salariés. Cette entreprise est devenue suffisamment grande pour ne plus avoir à passer par les services d'une société d'assurance privée ce qui signifie qu'elle est maintenant auto-assurée. Dans ce cadre, elle assume les frais d'assurance maladie sur ses propres ressources (bien qu'elle passe un contrat avec une société extérieure pour traiter les détails administratifs des réclamations et faire des chèques).

L'argent utilisé par la société pour rembourser les déclarations provient des cotisations des salariés (primes déduites de leurs salaires) et de ses ressources propres (l'entreprise doit payer toutes les dépenses qui ne sont pas couvertes par les cotisations des salariés). Chaque salarié couvert par le plan de santé verse 125 \$ par mois. Cependant, le nombre de salariés couverts par le plan change d'un mois à l'autre, puisque des salariés sont recrutés ou licenciés, qu'ils mettent fin ou qu'ils adhèrent à la couverture d'assurance maladie. Un total de 18.533 salariés a été couvert par le plan le mois dernier. La demande de remboursement mensuel moyen par salarié couvert était de 250 \$ le mois dernier.

Pour la prochaine année, Sarah suppose que le nombre de salariés couverts va augmenter d'environ 2 % par mois et que le remboursement moyen par salarié va lui croître à un taux de 1 % par mois. La cotisation par salarié est assurée d'être constante au cours de l'année prochaine.

1. Conformément à ces hypothèses, quel sera le coût total (annuel) pour la société ?

En analysant des données historiques, Sarah observe que le nombre de salariés couverts d'un mois à l'autre varie uniformément entre une diminution de 3 % et une augmentation de 7 % (notez que cela devrait entraîner un changement moyen du nombre de salariés de 2 % puisque 0.02 est le point médian entre -0.03 et +0.07). De plus, Sarah suppose qu'il est possible de modéliser le montant mensuel de remboursement des frais d'assurance maladie par une variable aléatoire normalement distribuée avec une moyenne ( $\mu$ ) augmentant de 1 % par mois et un écart-type ( $\sigma$ ) constant approximativement égal à 3 \$ (notez que cela entraînera une augmentation moyenne d'un mois à l'autre approximativement égal à 1 %.)

2. Quel est le coût total (moyen) prévu pour la société ?

3. Définissez un intervalle de confiance à 95 % autour de cette estimation.

4. Quelle est la probabilité que pour l'année à venir le coût total pour la société soit exactement égal au coût total calculé à la question 1 ?

5. Quelle est la probabilité que pour l'année à venir le coût total pour la société soit inférieur (ou égal) au coût total calculé à la question 1 ? Qu'en concluez-vous ?

6. Quelle est la probabilité que le coût total de la société excède 38 millions de \$ ?

Les dépenses liées aux remboursements des frais d'assurance maladie ont en réalité tendance à être saisonnières avec des niveaux plus hauts pendant les mois d'été (quand les enfants ne sont plus à l'école et peuvent plus probablement se blesser) et pendant le mois de décembre (pour des raisons fiscales).

Le tableau suivant regroupe les facteurs d'ajustement saisonniers. Par exemple, la moyenne des remboursements pendant le 6<sup>ème</sup> mois doit être multipliée par 1.15 tandis que celle du 1<sup>er</sup> mois doit être multipliée par 0.8.

| Mois               | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Facteur Saisonnier | 0,80 | 0,85 | 0,87 | 0,92 | 0,93 | 1,15 | 1,20 | 1,18 | 1,03 | 0,95 | 0,98 | 1,14 |

Supposons que la société ouvre un compte pour rembourser les frais d'assurance maladie de ses employés et faisons l'hypothèse qu'il y a 2.5 millions de \$ sur ce compte au début du 1<sup>er</sup> mois. Chaque mois, les cotisations des salariés sont déposées sur ce compte et les demandes de remboursement sont payées depuis ce compte.

Modifiez le tableau pour inclure les variations de ce compte.

7. Si la société dépose 3 millions de \$ sur ce compte chaque mois, quel est le pourcentage de mois durant lesquels le compte est à découvert ? (Conseil : vous pouvez utiliser la fonction « NB.SI () » pour compter le nombre de mois où le solde du compte est négatif. On définira ensuite le pourcentage comme étant égal au rapport entre le nombre de mois à découvert et le nombre de mois de l'année.)

8. Si la société veut déposer chaque mois une somme d'argent égale sur ce compte, à combien cette somme devrait-elle s'élever si l'on veut avoir au maximum 5 % de risque d'être à découvert ? (Conseil : si vous utilisez OptQuest, fixez le nombre d'itérations égal à 100.)

9. Évaluez (et reportez les valeurs ci-dessous) la frontière d'efficacité avec la probabilité d'être à découvert variant entre 1 % et 10 % (en abscisses) et la somme devant être déposée chaque mois (en ordonnées). (Conseil : si vous utilisez OptQuest fixez le nombre d'itérations égal à 1000.)

10. En faisant varier la somme devant être déposée chaque mois par l'entreprise entre 2.7 et 3.3 millions de \$ (avec un pas de 150 000 \$) calculez le montant de la cotisation par employé permettant d'avoir une probabilité d'être à découvert égale à 1 %, 3 % et 5 %. (Conseil : faites varier (de façon continue) le montant de la cotisation entre 100 et 150 \$).