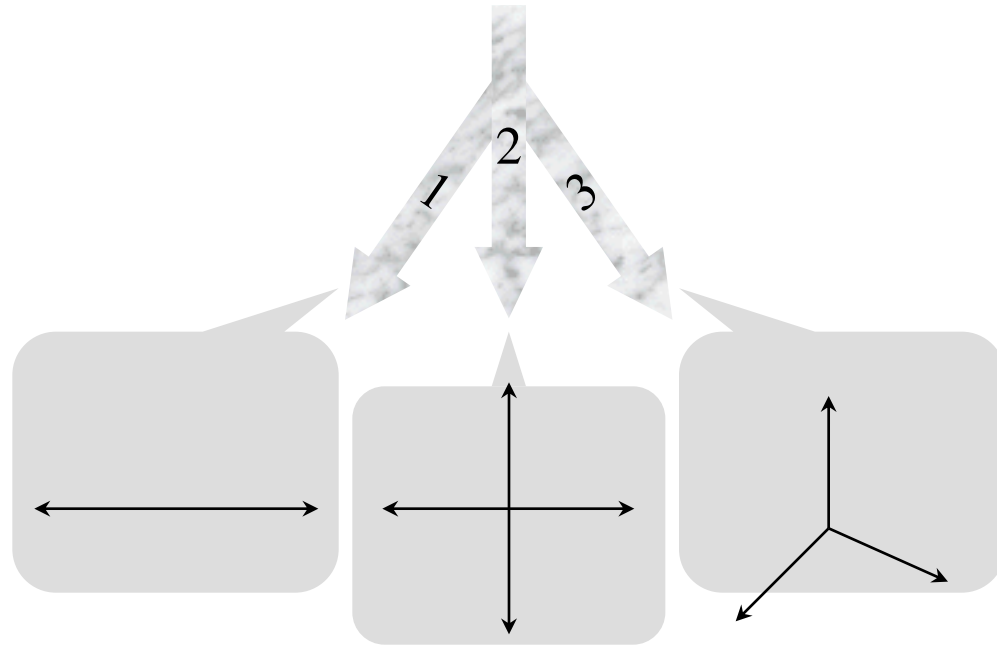


Résumé de l'objectif de l'A.C.P.

Les individus (ou les variables) sont décrits dans un espace à « p (ou n) dimensions » (nombre de variables (ou d'individus))



Trouver des espaces de dimensions « plus petites » afin d'y voir *au mieux* les individus (variables)

3.1. Logique de calcul de l'ACP



Quels types de tableaux peut-on traiter avec l'A.C.P. ?

Tableau de mesures

	Cylind.	Puiss.	Vitesse	Poids	Long.	Larg.	
Fiat Uno	1116	58	145	780	364	155	436.33
Ford Fiesta	1117	50	135	810	371	162	440.83
205 Rallye	1294	103	189	805	370	157	486.33
AX Sport	1294	95	184	730	350	160	468.83
Honda Civic	1396	90	174	850	369	166	507.50
Seat Ibiza SXI	1461	100	181	925	363	161	537.83
Fiat Tipo	1580	83	170	970	395	170	561.33
Peugeot 205	1580	80	159	880	370	156	537.50
Renault 19	1721	92	180	965	415	169	590.33
Peugeot 405	1769	90	180	1080	440	169	621.33
	1432.80	84.10	169.70	879.50	380.70	162.50	

Tableau de notes

	Cylind.	Puiss.	Vitesse	Poids	Long.	Larg.	
Fiat Uno	1.20	2.90	3.26	2.72	4.48	1.60	2.69
Ford Fiesta	2.90	1.60	1.60	6.70	12.24	10.20	5.87
205 Rallye	5.60	18.06	18.06	4.16	8.84	5.60	10.05
AX Sport	7.40	14.06	16.04	0.80	1.00	7.12	7.74
Honda Civic	8.48	8.60	8.12	8.36	6.84	12.24	8.77
Seat Ibiza SXI	10.00	16.24	14.30	12.16	2.54	8.24	10.58
Fiat Tipo	12.40	7.12	6.98	16.08	14.54	18.06	12.53
Peugeot 205	14.42	4.64	5.12	10.40	10.70	2.36	7.94
Renault 19	16.36	12.16	12.64	14.48	16.00	14.18	14.30
Peugeot 405	18.06	11.00	10.50	18.14	18.16	16.20	15.34
	9.68	9.64	9.66	9.40	9.53	9.58	

Tableau de rangs

	Cylind.	Puiss.	Vitesse	Poids	Long.	Larg.	
Fiat Uno	10	9	9	9	8	10	9.17
Ford Fiesta	9	10	10	7	4	5	7.50
205 Rallye	8	1	1	8	6	8	5.33
AX Sport	7	3	2	10	10	7	6.50
Honda Civic	6	6	6	6	7	4	5.83
Seat Ibiza SXI	5	2	3	4	9	6	4.83
Fiat Tipo	4	7	7	2	3	1	4.00
Peugeot 205	3	8	8	5	5	9	6.33
Renault 19	2	4	4	3	2	3	3.00
Peugeot 405	1	5	5	1	1	2	2.50
	5.50	5.50	6.50	5.50	5.50	5.50	5.50

3.1. Logique de calcul de l'ACP



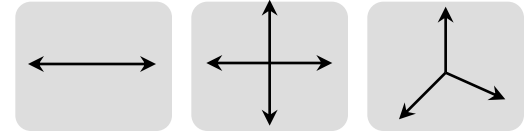
Exemple de tableau « hybride » ou « mixte »

	Mesures		Rangs		Notes	
	Cylind.	Puiss.	Vitesse	Poids	Long.	Larg.
Fiat Uno	1116	58	9	9	4.48	1.60
Ford Fiesta	1117	50	10	7	12.24	10.20
205 Rallye	1294	103	1	8	8.84	5.60
AX Sport	1294	95	2	10	1.00	7.12
Honda Civic	1356	88	7	6	11.54	12.24
Seat Ibiza SXI	1460	105	3	4	14.04	8.24
Fiat Tipo	1500	80	7	2	11.54	18.06
Peugeot 205	1580	80	8	5	10.70	2.36
Renault 19	1721	92	4	3	16.00	14.18
Peugeot 405	1769	90	5	1	18.16	16.20
Moyenne	1432.80	84.10	5.50	5.50	9.53	9.58
Ecart-type	219.13	16.50	2.87	2.87	5.52	5.33
Minimum	1116	50	1	1	1.00	1.60
Maximum	1769	103	10	10	18.16	18.06

Problème : ceux sont les variables les plus dispersées qui engendrent les premières composantes.

3.1. Logique de calcul de l'ACP

Comment définir les nouveaux axes ?



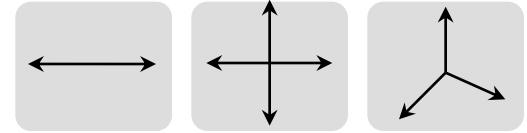
On substitue aux variables initiales des « **indices synthétiques** » qui sont des **combinaisons linéaires** de ces variables initiales.

Le premier axe (ou première **composante principale**) sera tel que la variance des individus (sur cet axe) soit maximale.

↳ cet axe explique donc une certaine proportion de la variance totale des individus.

3.1. Logique de calcul de l'ACP

Comment définir les nouveaux axes ?



Après la 1^{ère} composante principale, on en recherche une 2^{ème} qui doit avoir les propriétés suivantes :

- ✍ Avoir une corrélation nulle avec la première,
- ✍ Avoir, à son tour, la plus grande variance.

Le processus se répète jusqu'à obtenir les p composantes (où p représente le nombre de variables initiales)

3.1. Calcul de la 1^{ère} composante principale



/40

	Statistiques	Math	Cpta	G° Fi
Ind1+	19	14	8	18
Ind2-	20	12	4	4
Ind3+	10	10	32	38
Ind4-	13	17	4	4
Ind5-	6	8	26	24
Ind6-	6	3	28	32
Ind7+	19	16	8	20
Ind8-	15	18	6	6
Ind9+	9	2	32	30
Ind10-	8	7	20	20

Moyenne	Ecart-type
11.50	4.32
9.00	6.63
13.75	12.68
8.50	5.68
9.75	9.06
9.75	12.87
12.25	4.71
9.75	5.36
10.50	13.01
8.75	6.26

Moyenne	13	11	17	20
Ecart-type	5.20	5.39	11.32	11.38

	Statistiques	Math	Cpta	G° Fi
Statistiques	1.0000	0.7265	-0.8186	-0.6084
Math	0.7265	1.0000	-0.8489	-0.7069
Cpta	-0.8186	-0.8489	1.0000	0.9124
G° Fi	-0.6084	-0.7069	0.9124	1.0000

3.1. Calcul de la 1^{ère} composante principale

Valeur propres	1	2	3	4
Valeur	3.3189	0.4035	0.2508	0.0268

Vecteurs propres	1	2	3	4
Statistiques	-0.4739	-0.7026	-0.4618	0.2615
Math	-0.4951	-0.1538	0.8381	0.1698
Cpta	0.5405	-0.1432	0.1271	0.8193
G° Fi	0.4880	-0.6798	0.2610	-0.4812

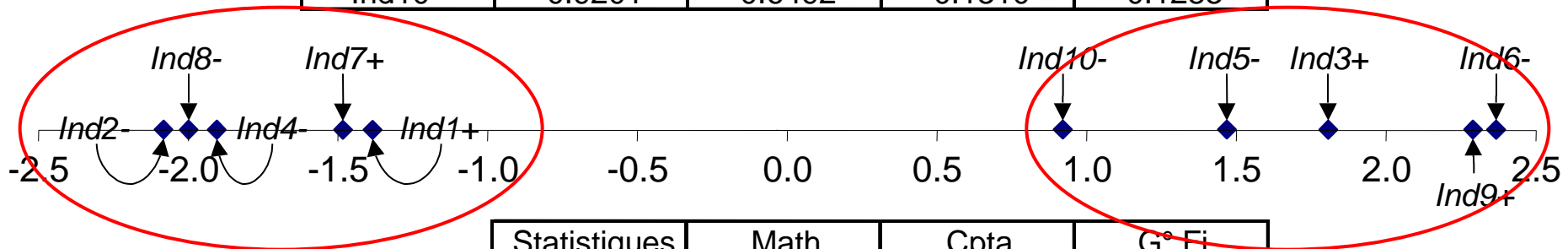
	Statistiques	Math	Cpta	G° Fi
Ind1+	1.2498	0.6127	-0.7773	-0.1406
Ind2-	1.4420	0.2414	-1.1307	-1.3712
Ind3+	-0.4807	-0.1300	1.3427	1.6173

$$\begin{aligned}
 Y_1(\text{Ind1+}) = & \mathbf{-0.4739} * && \mathbf{Valeur 1 du vecteur propre} \\
 & 1.2498 + && \mathbf{Note centrée-réduite de l'individu 1 en statistiques} \\
 & \mathbf{-0.4951} * && \mathbf{Valeur 2 du vecteur propre} \\
 & 0.6127 + && \mathbf{Note centrée-réduite de l'individu 1 en mathématiques} \\
 & \mathbf{0.5405} * && \mathbf{Valeur 3 du vecteur propre} \\
 & -0.7773 + && \mathbf{Note centrée-réduite de l'individu 1 en comptabilité} \\
 & \mathbf{0.4880} * && \mathbf{Valeur 4 du vecteur propre} \\
 & -0.1406 = && \mathbf{Note centrée-réduite de l'individu 1 en gestion financière} \\
 & -1.3844
 \end{aligned}$$

3.1. Calcul de la 1^{ère} composante principale



	axe 1	axe 2	axe 3	axe 4
Ind1+	-1.3844	-0.7654	-0.1992	-0.1383
Ind2-	-2.0832	0.0437	-0.9653	0.1517
Ind3+	1.8071	-0.9340	0.7058	0.1739
Ind4-	-1.9049	0.8467	0.4343	-0.0427
Ind5-	1.4685	0.5759	0.3613	0.0677
Ind6-	2.3667	0.2153	-0.2108	-0.2836
Ind7+	-1.4825	-0.9420	0.1579	-0.1598
Ind8-	-1.9978	0.4031	0.4807	0.1495
Ind9+	2.2904	-0.0925	-0.6337	0.2098
Ind10-	0.9201	0.6492	-0.1310	-0.1283



	Statistiques	Math	Cpta	G° Fi
Ind1+	19	14	8	18
Ind2-	20	12	4	4
Ind3+	10	10	32	38
Ind4-	13	17	4	4
Ind5-	6	8	26	24
Ind6-	6	3	28	32
Ind7+	19	16	8	20
Ind8-	15	18	6	6
Ind9+	9	2	32	30
Ind10-	8	7	20	20

3.1. Calcul de la 1^{ère} composante principale



3.1.1. Qualité de la première composante principale.

Valeur propres	1	2	3	4
Valeur	3.3189	0.4035	0.2508	0.0268
% d'inertie	83%	10%	6%	1%

3.1. Calcul de la 1^{ère} composante principale

3.1.2. Qualité de la représentation des individus sur la première composante principale.

	axe 1	axe 2	axe 3	axe 4	
Ind1+	0.7483	0.2287	0.0155	0.0075	1
Ind2-	0.8194	0.0004	0.1759	0.0043	1
Ind3+	0.6998	0.1869	0.1068	0.0065	1
Ind4-	0.8000	0.1580	0.0416	0.0004	1
Ind5-	0.8221	0.1264	0.0498	0.0017	1
Ind6-	0.9703	0.0080	0.0077	0.0139	1
Ind7+	0.7009	0.2830	0.0080	0.0081	1
Ind8-	0.9056	0.0369	0.0524	0.0051	1
Ind9+	0.9203	0.0015	0.0705	0.0077	1
Ind10-	0.6504	0.3238	0.0132	0.0126	1

3.1. Calcul de la 1^{ère} composante principale



3.1.2. Contribution des individus à la formation de la première composante principale.

	axe 1	axe 2	axe 3	axe 4
Ind1+	6%	15%	2%	7%
Ind2-	13%	0%	37%	9%
Ind3+	10%	22%	20%	11%
Ind4-	11%	18%	8%	1%
Ind5-	6%	8%	5%	2%
Ind6-	17%	1%	2%	30%
Ind7+	7%	22%	1%	10%
Ind8-	12%	4%	9%	8%
Ind9+	16%	0%	16%	16%
Ind10-	3%	10%	1%	6%
	100%	100%	100%	100%

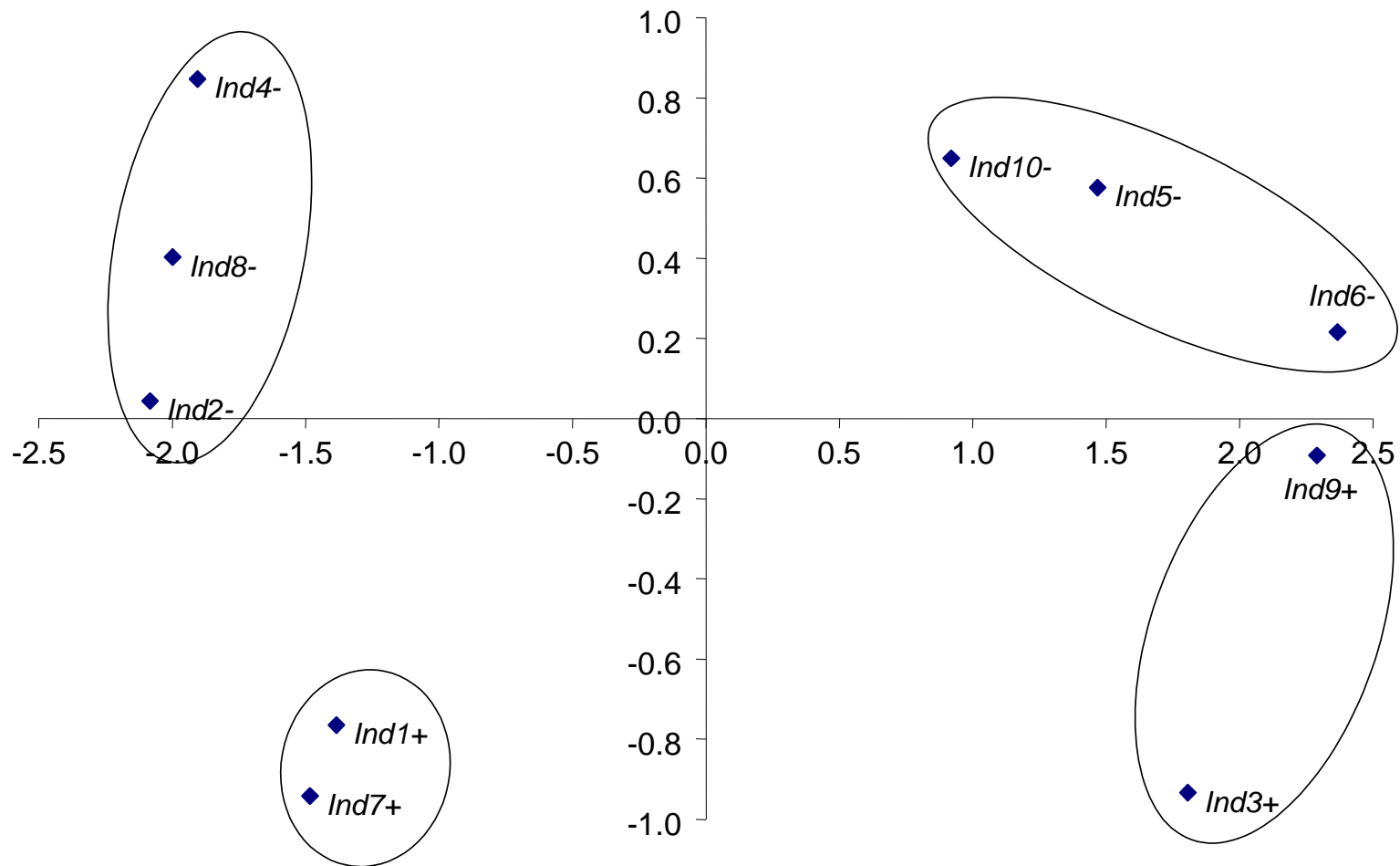
3.2. Calcul de la 2^{ème} composante principale

Après la 1^{ère} composante principale, on en recherche une 2^{ème} qui doit avoir les propriétés suivantes :

- ✍ Avoir une corrélation nulle avec la première,
- ✍ Avoir, à son tour, la plus grande variance.

	axe 1	axe 2	axe 3	axe 4
Ind1+	-1.3844	-0.7654	-0.1992	-0.1383
Ind2-	-2.0832	0.0437	-0.9653	0.1517
Ind3+	1.8071	-0.9340	0.7058	0.1739
Ind4-	-1.9049	0.8467	0.4343	-0.0427
Ind5-	1.4685	0.5759	0.3613	0.0677
Ind6-	2.3667	0.2153	-0.2108	-0.2836
Ind7+	-1.4825	-0.9420	0.1579	-0.1598
Ind8-	-1.9978	0.4031	0.4807	0.1495
Ind9+	2.2904	-0.0925	-0.6337	0.2098
Ind10-	0.9201	0.6492	-0.1310	-0.1283

3.2. Calcul de la 2^{eme} composante principale **AGP**



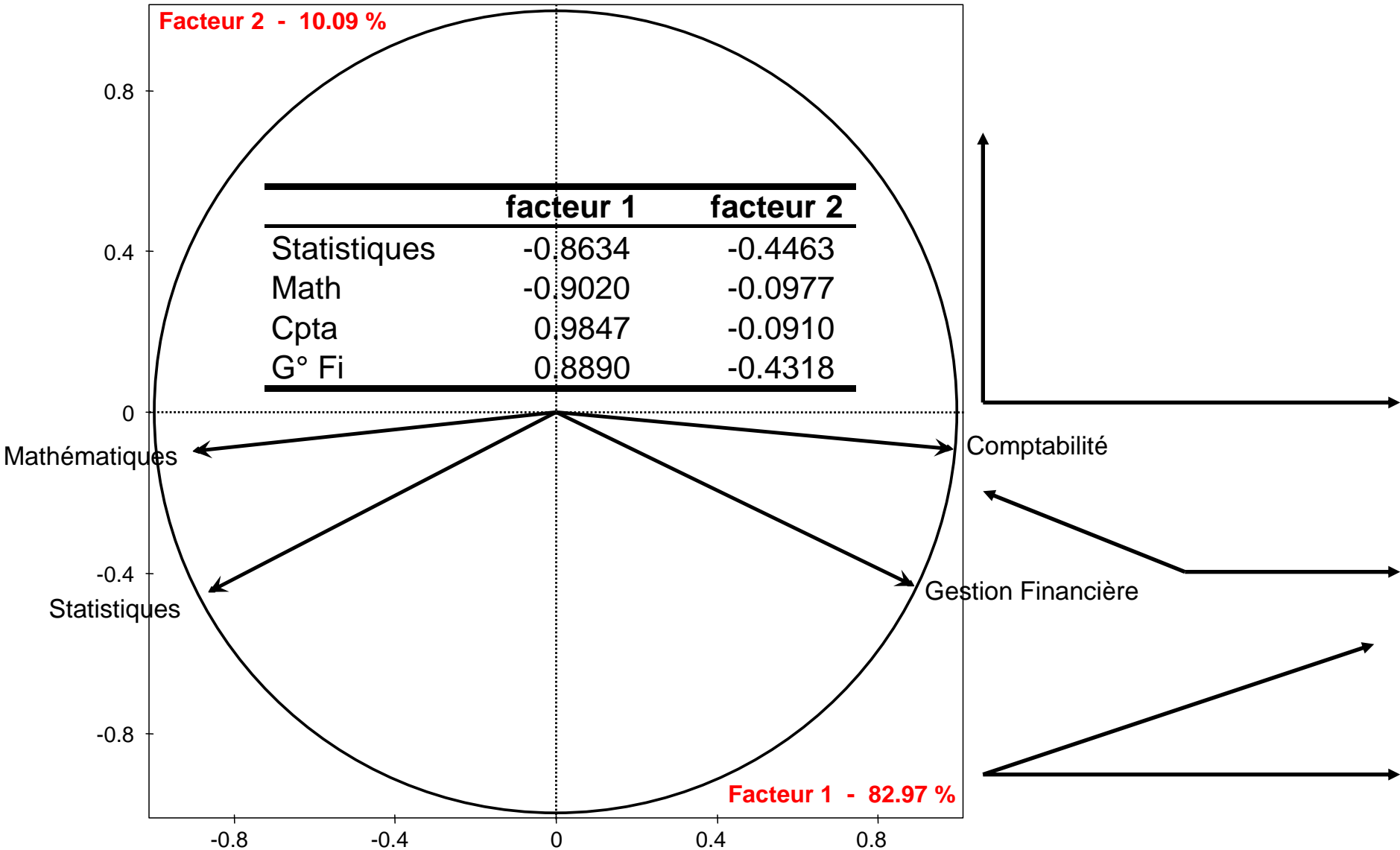
Valeur propres	1	2	3	4
Valeur	3.3189	0.4035	0.2508	0.0268
% d'inertie	83%	10%	6%	1%
% cumulé	83%	93%	99%	100%

3.3. Calcul des corrélations entre les composantes principales et les variables initiales

→ Qualifier les axes

	facteur 1	facteur 2	facteur 3	facteur 4
Statistiques	-0.8634	-0.4463	-0.2313	0.0428
Math	-0.9020	-0.0977	0.4197	0.0278
Cpta	0.9847	-0.0910	0.0636	0.1340
G° Fi	0.8890	-0.4318	0.1307	-0.0787

3.3. Calcul des corrélations entre les composantes principales et les variables initiales



3.3. Calcul des corrélations entre les composantes principales et les variables initiales

